CORRIGE

Ces éléments de correction n'ont qu'une valeur indicative. Ils ne peuvent en aucun cas engager la responsabilité des autorités académiques, chaque jury est souverain.

CORRIGE ET BAREME

	ELEMENTS DE CORRECTION	BAREME
EXERCICE 1 **3 points**	1. a. $u_1 = \frac{1}{2}$; $u_2 = \frac{2}{3}$; $u_3 = \frac{3}{4}$	0,5
	b. les 4 premiers termes de la suite u sont respectivement égaux aux 4 premiers termes de v	0,25
	c. Démonstration par récurrence correcte de l'égalité des deux suites	1
	2. a. $v_1 + v_2 + v_3 = -\ln 4$	0,5
	b. $S_n = -\ln(n+1)$	0,5
	$\lim\limits_{n \to +\infty} S_n = -\infty$	0,25
EXERCICE 2 **4 points**	1. a. $P(N) = \frac{5}{3k}$	1
	b. $P_N(A) = \frac{3}{10}$	0,75
	c. on résout l'inéquation $P(N) > \frac{1}{2}$ Compte tenu de la condition $k \geq 3$, on obtient k=3.	0,75
	d. k=50.	0,25
	2. La variable aléatoire égale au nombre de sorties d'une boule noire suit une loi binomiale de paramètres 20 et $\frac{1}{30}$. On a donc $P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - \left(\frac{29}{30}\right)^{20}$	1
	$P(X \geq 1) \approx 0{,}492$	0,25

EXERCICE 3 **8 points**	**Partie A.** 1. a. les limites de φ en $-\infty$ et $+\infty$ sont respectivement $+\infty$ et -1. b. $\varphi'(x)=x(1-x)e^{-x}$ Tableau de variations correct 2. D'après le tableau de variations la fonction est positive ou nulle sur l'intervalle $]-\infty,1[$ (une seule annulation en 0). Sur $[1,+\infty[$: la fonction est continue, strictement décroissante, sa valeur en 1 est strictement positive, sa limite en $+\infty$ est strictement négative donc elle s'y annule une seule fois. D'où le résultat demandé. *Autre justification admise : référence à un tableau de variations correct et complet et* $\varphi(1)>0$. $1{,}79<\varphi(\alpha)<1{,}80$ 3. Signe de $\varphi(x)$ correct. **Partie B** 1. $f(0)=g(0)=1$ donc les deux courbes passent par A. $f'(x)=(1-2x)e^{-x}$ *et* $g'(x)=\dfrac{-2x^2-2x+1}{(x^2+x+1)^2}$ donc $f'(0)=g'(0)=1$ …d'où une même tangente en A. 2. a. démonstration de l'égalité b. Etude correcte du signe de la différence des fonctions f et g. c. Conséquence correcte sur la position relative des deux courbes. 3. a. Calcul correct pour montrer $h'(x)=f(x)-g(x)$. b. sur l'intervalle considéré, $f(x)-g(x)\geq 0$ donc $\mathcal{A}=h(0)-h(-\frac{1}{2})=\ldots 2\sqrt{e}-3+\ln\left(\frac{3}{4}\right)$ d'où $\mathcal{A}\approx 0{,}0098$	1 0,5 0,5 1 0,25 0,5 0,25 1 0,25 0,75 0,5 0,5 0,75 0,25

EXERCICE 4 **Spécialité** **5 points**	1. Dans le plan d'équation x=0, la droite (OA) est tangente au cercle car (OB) et (OA) sont perpendiculaires (toute méthode acceptée) 2. a . Equation du cône b. L'intersection du cône et de la sphère est le cercle du plan d'équation z = 5, de rayon 5 et de centre le point D(0, 0, 5) (toute méthode acceptée). c. Schéma correct (on ne demande pas que le repère soit représenté dans ce schéma) 3. Le plan ne contient pas l'axe du cône, il lui est parallèle donc l'intersection est la courbe (hyperbole) représentée en figure 3. 4. Toute méthode acceptée, par exemple : Le carré d'un entier pair est divisible par 4. Le carré d'un entier impair est congru à 1 (modulo 4), donc si x et y étaient impairs, la somme de leurs carrés serait congrue à 2 modulo Elle ne pourrait donc être le carré d'un entier z.	1 0,75 1 0,5 0,5 1,25
EXERCICE 4 **Obligatoire** **5 points**	**Partie A** 1. Les solutions de l'équation sont $1+i\sqrt{3}$ et $1-i\sqrt{3}$. Ecritures exponentielles $2e^{i\frac{\pi}{3}}$ et $2e^{-i\frac{\pi}{3}}$. 2. $z'^{2004} = 2^{2004}$ **Partie B** 1. On montre (modules) que OA=OB= 2 donc A et B sont sur le cercle de centre O et de rayon 2. Figure. 2. L'affixe de O' est $(1-\sqrt{3})+i(1+\sqrt{3})$ Celle de B' est $(1+2\sqrt{3})+i\sqrt{3}$. Points O' et B' construits. 3. a. Il semble que (AI) soit la hauteur issue de A du triangle AO'B'. b. Affixe de $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$ Affixe de $\overrightarrow{OB'}$. c. Démonstration de l'orthogonalité des ces deux vecteurs d'où la validité de la conjecture	0,75 0,5 0,5 0,5 0,25 0,5 0,5 0,25 0,25 0,25 0,25 0,5