BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE STG

Spécialités : Mercatique, Comptabilité et Finance d'Entreprise, Gestion des systèmes d'information.

SESSION 2011

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Mercatique, comptabilité et finance d'entreprise
Durée de l'épreuve : 3 heures **Coefficient : 3**

Gestion des systèmes d'information
Durée de l'épreuve : 3 heures **Coefficient : 4**

Calculatrice autorisée, conformément à la circulaire n°99-186 du 16 novembre 1999.

Le candidat doit traiter les quatre exercices.

Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.
Il sera tenu compte de la clarté des raisonnements et de la qualité de la rédaction dans l'appréciation des copies.

Ce sujet comporte 5 pages numérotées de 1/5 à 5/5.
Dès que le sujet lui est remis, le candidat doit s'assurer qu'il est complet.

Une feuille de papier millimétré est fournie.

EXERCICE 1 (*4 points*)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).

Pour chaque question, quatre réponses sont proposées parmi lesquelles une seule est correcte.

Indiquer sur la copie le numéro de la question suivi de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Chaque bonne réponse rapporte un point. Aucun point n'est enlevé pour une réponse inexacte ou une absence de réponse

Suite à l'envoi de bons de réduction par internet, le service marketing d'un magasin de prêt-à-porter effectue une enquête sur les clients du magasin.

Cette enquête a montré que :

- 40 % des clients possédaient un bon de réduction.
- 80 % des clients munis d'un bon de réduction ont acheté un vêtement.
- 30 % des clients ne possédant pas de bon de réduction ont acheté un vêtement.

On interroge au hasard un client sortant du magasin. On appelle p la probabilité associée à cette expérience aléatoire.

On considère les événements suivants :

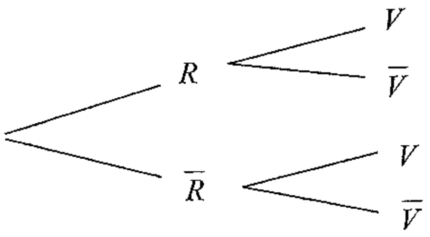
R : « Le client avait un bon de réduction »

V : « Le client a acheté un vêtement »

$\overline{R}$ est l'événement contraire de l'événement R et $\overline{V}$ est l'événement contraire de l'événement V.

On rappelle qu'on note $p_R(V)$ la probabilité de l'événement V sachant l'événement R.

La situation peut se traduire par l'arbre ci-dessous :



1. La probabilité de l'événement « R et V », noté $R \cap V$ est égale à :

   a. 0,32 **b.** 0,8 **c.** 0,4 **d.** 1,2

2. La probabilité de l'événement V est égale à :

   a. 0,18 **b.** 1,1 **c.** 0,05 **d.** 0,5

3. Sachant que le client n'avait pas de bon de réduction, la probabilité qu'il n'ait pas acheté de vêtement est égale à :

   a. 0,42 **b.** 0,7 **c.** 0,6 **d.** 0,9

4. Sachant que le client interrogé au hasard a acheté un vêtement, la probabilité qu'il ait eu un bon de réduction est égale à :

   a. $\dfrac{p(V \cap R)}{p(V)}$ **b.** $p(V) \times p(R)$ **c.** $p_R(V)$ **d.** $p(V) \times p_V(R)$

EXERCICE 2 (*6 points*)

Afin d'acquérir un nouveau local, un chef d'entreprise décide de contracter un emprunt d'un montant de 100 000 euros. Dans le but d'obtenir les meilleures conditions pour ce prêt, il a contacté deux établissements bancaires SOMI et PRODI.

L'établissement SOMI lui propose de rembourser ce prêt sur 6 ans, en 6 annuités, chacune des annuités, exprimée en euros, étant un des termes consécutifs d'une suite arithmétique (u_n) de premier terme $u_0 = 15\ 000$ et de raison $a = 1\ 800$.

L'établissement PRODI lui propose également de rembourser ce prêt sur 6 ans en 6 versements à des conditions différentes. Le premier versement annuel est de 18 000 euros ; les remboursements suivants subissent une augmentation de 2 % l'an.

Pour étudier les deux offres, le chef d'entreprise réalise la feuille de calcul suivante :

	A	B	C	D	E
1	Année	SOMI	PRODI	*a*	*b*
2	2010	15000	18000	1800	1,02
3	2011	16800	18360		
4	2012	18600			
5	2013	20400			
6	2014	22200			
7	2015	24000			
8	Somme remboursée :				

Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A : offre de l'établissement SOMI

1. Déterminer le taux global d'évolution des annuités entre 2010 et 2015.
2. Le directeur de l'établissement SOMI prétend que **le taux d'évolution annuel moyen** des annuités entre 2010 et 2015 est de 12 %. A-t-il raison ? Justifier la réponse.
3. Quelle formule a été entrée dans la cellule B3 et recopiée vers le bas pour compléter la plage de cellules B4 : B7 ?

Partie B : offre de l'établissement PRODI

1. **a.** Que signifie le nombre 1,02 inscrit dans la cellule E2 ?

   b. Chacune des annuités de l'offre PRODI, exprimée en euros, est un des termes consécutifs d'une suite (v_n) avec $v_0 = 18\ 000$. Quelle est la nature de la suite (v_n) ? Justifier la réponse.
2. Donner une formule qui, entrée dans la cellule C3, permet par recopie vers le bas d'obtenir le contenu des cellules de la plage C4 : C7 ?

Partie C : comparaison des deux offres

1. Quelles formules faut-il entrer dans les cellules B8 et C8 pour obtenir les sommes remboursées aux établissements SOMI et PRODI ?
2. Calculer la valeur affichée dans la cellule B8 et celle affichée dans la cellule C8 (*on arrondira les résultats à l'euro*).

Dans cette question, on pourra utiliser le formulaire suivant :

- La somme S des $n+1$ premiers termes d'une suite arithmétique (u_n) est donnée par :

$$S = u_0 + u_1 ... + u_n = (n+1) \times \frac{u_0 + u_n}{2}.$$

- La somme S des $n+1$ premiers termes d'une suite géométrique (u_n) de raison q ($q \neq 1$) est donnée par :

$$S = u_0 + u_1 + ... + u_n = u_0 \times \frac{1-q^{n+1}}{1-q}.$$

3. En déduire celui des deux établissements qui offre au chef d'entreprise la solution la plus avantageuse.

EXERCICE 3 (*5 points*)

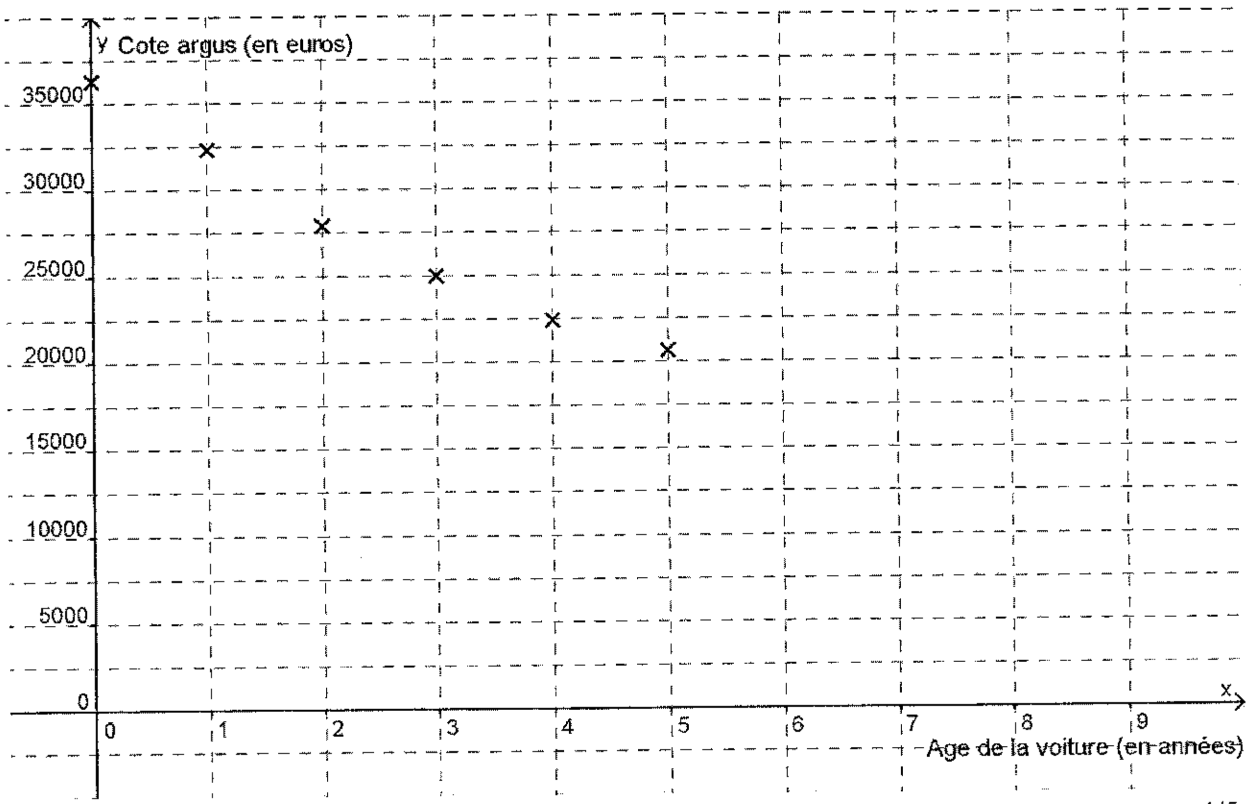
Voici la cote ARGUS d'une voiture d'occasion :

Année de mise en circulation	2009	2008	2007	2006	2005	2004
Âge de la voiture en année (x_i)	0	1	2	3	4	5
Cote argus en euros (y_i)	36 300	32 300	27 900	25 000	22 400	20 600

(Source : « *Occasions Mag* », juillet-août-septembre 2010)

Ci-dessous, on a représenté dans un repère le nuage de points de la série statistique $(x_i ; y_i)$.

On note x l'âge de la voiture (en années) et y la cote argus (en euros).



Partie A : premier modèle

On réalise un ajustement affine du nuage de points.

1. Déterminer à l'aide de la calculatrice, une équation de la droite (D) d'ajustement affine de y en x, par la méthode des moindres carrés, sous la forme $y = ax + b$. Arrondir les coefficients a et b au centième.

Pour la suite, on prendra comme équation de la droite (D) : $y = -3174x + 35\,352$.

2. En utilisant cet ajustement, calculer une estimation de la cote argus de cette voiture mise en circulation en 2003.
3. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

   En choisissant la méthode de votre choix, déterminer l'âge à partir duquel la cote argus de la voiture sera inférieure à 7 000 euros.

Partie B : deuxième modèle

La forme du nuage de points permet d'envisager un ajustement exponentiel $y = f(x)$ où f est la fonction définie sur l'intervalle $[0\,;+\infty[$ par : $f(x) = \mathrm{e}^{-0{,}12x+10{,}5}$

En utilisant cet ajustement, calculer une estimation de la cote argus de la voiture mise en circulation en 2003. (*On donnera une réponse arrondie à l'euro*)

Partie C : exploitation des modèles

La cote argus réelle de cette voiture mise en circulation en 2003 est de 18 000 euros.

1. Quel ajustement se rapproche le plus de la réalité ?
2. Quel est le pourcentage d'erreur commise avec cet ajustement par rapport à la cote réelle.

   On donnera le résultat arrondi à 0,1 %.

EXERCICE 4 (*5 points*)

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[1\;;\;8]$ par $f(x) = 30\ln(x) + 10 - 10x$.

1. On admet que la fonction f est dérivable sur l'intervalle $[1\;;\;8]$ et on note f' sa fonction dérivée.

   Montrer que, pour tout réel x de l'intervalle $[1\;;\;8]$, $f'(x) = \dfrac{30-10x}{x}$.
2. Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[1\;;\;8]$ et en déduire le tableau de variation de la fonction f.
3. Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant. (*On arrondira les résultats au dixième*).

x	1	2	3	4	5	6	7	8
$f(x)$				11,6				

4. Représenter graphiquement la fonction f dans un repère orthonormé.

   Unités graphiques : 1 cm pour 1 unité.

Chaque jour un artisan fabrique x objets (x étant compris entre 1 et 8).
Le bénéfice, en **dizaines d'euros**, réalisé pour la vente de ces x objets est égal à $f(x)$.

5. Combien faut-il produire d'objets pour que le bénéfice soit maximal ? Que vaut ce bénéfice maximal à un euro près?
6. Déterminer à partir de quelle quantité d'objets l'artisan travaille à perte.