BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE

Session 2012

Épreuve :

MATHÉMATIQUES

Série

SCIENCES ET TECHNOLOGIES DE LA GESTION

Spécialités :

Mercatique (coefficient : 3)
Comptabilité et finance d'entreprise (coefficient : 3)
Gestion des systèmes d'information (coefficient : 4)

Durée de l'épreuve : 3 heures

L'usage de la calculatrice est autorisé.
Le sujet comporte 7 pages dont trois annexes pages 6 et 7.
L'annexe de la page 7 est à rendre avec la copie.

Le sujet est composé de quatre exercices.

EXERCICE 1 : taux d'évolution. (5 points)

Le tableau ci-dessous présente le nombre de voitures neuves vendues en France en 1980, 1990 puis chaque année de 1996 à 2010.

Année	1980	1990	1996	1997	1998	1999	2000	2001
Nombre de ventes (en milliers)	1 873	2 309	2 132	1 713	1 944	2 148	2 134	2 255

Année	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Nombre de ventes (en milliers)	2 145	2 009	2 014	2 068	2 001	2 065	2 050	2 269	2 250

Source : comité des constructeurs français d'automobiles (CCFA).

Partie A : interpolation linéaire.

On désire évaluer dans cette première partie le nombre de voitures vendues en 1986.
On suppose que la progression des ventes entre 1980 et 1990 est linéaire et qu'elle peut être modélisée par la droite passant par les points A et B de coordonnées respectives (1980 ; 1 873) et (1990 ; 2 309).

1 / Déterminer, sans le justifier, l'équation de la droite (AB).

2 / En déduire une estimation du nombre de voitures neuves vendues en 1986, arrondie au millier.

Partie B : taux d'évolution.

1 / Jérémie aimerait connaître le taux d'évolution du nombre de ventes de voitures neuves d'une année à l'autre à partir de 1997. Pour cela il s'aide d'un tableur dont la page est représentée ci-dessous :

	A	B	C	D
1	Année	Nombre de ventes en milliers	Taux d'évolution	Indice
2	1996	2 132		99,91
3	1997	1 713	– 19,65 %	
4	1998	1 944		
5	1999	2 148		
6	2000	2 134		100
7	2001	2 255		
8	2002	2 145		
9	2003	2 009		
10	2004	2 014		
11	2005	2 068		
12	2006	2 001		
13	2007	2 065		
14	2008	2 050		
15	2009	2 269		
16	2010	2 250		

Le format des cellules de la colonne C est en pourcentage, arrondi à deux chiffres après la virgule.

a) Justifier le résultat de la cellule C3.
b) Quelle formule Jérémie doit-il rentrer dans la cellule C3 pour obtenir, par recopie vers le bas, tous les taux d'évolution souhaités ?

2 / Clémentine souhaite observer l'évolution du nombre de ventes en prenant pour base 100 le nombre de ventes en 2000.

Le format des cellules de la colonne D est en « nombre » à deux décimales.

a) Justifier le résultat de la cellule D2.

b) Parmi les trois formules suivantes, écrivez sur votre copie celle que Clémentine doit rentrer dans la cellule D2 pour obtenir, par recopie vers le bas, tous les indices souhaités ?

Formule 1 : = B2/B$6*100
Formule 2 : = B$6/B2*100
Formule 3 : = B2/B6*100

3 / Sophie désire évaluer le nombre de voitures neuves qui seront vendues en 2020.

a) Calculer le taux global d'évolution du nombre de voitures neuves vendues entre 1996 et 2010 (arrondir à 0,01 %).

b) Démontrer alors que le taux moyen annuel entre 1996 et 2010 est environ égal à 0,39 %.

c) Sophie suppose qu'à partir de 2010 le nombre de voitures neuves vendues augmente chaque année de 0,39 %. En déduire alors le nombre de voitures neuves qui seront vendues en 2020 (arrondir au millier) ?

EXERCICE 2 (4 points)

La puissance électrique maximale consommée en France en hiver dépend en partie des conditions climatiques. Si la demande est trop forte, la France doit importer une partie de son énergie électrique. On considère comme aléatoire la température minimale d'un hiver.
On note E l'évènement « l'hiver a été rude » et I l'évènement « la France doit importer une partie de son énergie électrique ».
On note P(E) la probabilité de l'évènement E et on considère que P(E) = 0,1.
Si l'hiver est rude, la probabilité que la France importe une partie de son énergie électrique est de 0,80.
Si l'hiver n'est pas rude, la probabilité que la France importe une partie de son énergie électrique est de 0,60.

1 / Traduire les données de l'énoncé par un arbre de probabilités ou un tableau.

2 / Calculer la probabilité que l'hiver soit rude et que la France importe une partie de son énergie électrique.

3 / Démontrer que P(I) = 0,62.

4 / On choisit au hasard un hiver durant lequel la France a importé une partie de son énergie électrique. Quelle est la probabilité que cet hiver ait été rude ? On donnera la valeur arrondie au centième.

EXERCICE 3 (4 points)

Un potier fabrique des théières et des coupes à fruits originales. Les théières et les coupes à fruits sont munies chacune d'une anse en rotin, fournie par un autre artisan. La fabrication d'une théière nécessite 1,8 kg de terre et 1 h de main d'œuvre. Tandis que celle d'une coupe à fruits nécessite 3,6 kg de terre et 30 min de main d'œuvre.

Étant en rupture de stock, le potier ne dispose pour la semaine que de 162 kg de terre. Par ailleurs il n'a en réserve que 30 anses à théière et 40 anses à coupe à fruits. Enfin, il ne souhaite pas travailler plus de 39 h au cours de la semaine.

1 / Déterminer un système d'inéquations traduisant les contraintes pour la fabrication dans la semaine de x théières et y coupes à fruits.

2 / Les solutions du système précédent sont les coordonnées de certains points appartenant à la région grisée donnée en annexe 1.
Le potier peut-il fabriquer 15 théières et 38 coupes à fruits ?

3 / Le prix de vente d'une théière est de 45 € et celui d'une coupe à fruits de 63 €. Le potier souhaite maximiser son chiffre d'affaires. Il utilise un tableur pour déterminer le couple (x ; y) qui correspond au profit maximal.
Un extrait de la feuille de calcul est donné en annexe 2.

a) Quelle formule a été entrée dans la cellule B1, recopiée vers la droite, puis vers le bas sur la plage B1: L11 ?

b) On suppose que toute la production est vendue. Déterminer à l'aide du graphique et du tableau donnés en annexes 1 et 2 le nombre de théières et de coupes à fruits que le potier doit fabriquer dans la semaine pour obtenir un chiffre d'affaires maximal.

c) Quel est alors ce chiffre d'affaires ?

EXERCICE 4 (7 points)

Les prix seront arrondis au centime d'euros.

Une entreprise d'agroalimentaire désire lancer sur le marché un nouveau produit sur le segment « bio ».
Une étude préalable a permis de modéliser la fonction offre f et la fonction demande g.
x désigne la quantité de produit mise sur le marché en centaines de kilogrammes et x appartient à l'intervalle [0 ; 50].
L'expression $f(x)$ désigne le prix proposé par l'entreprise, en euros, d'un kilogramme de ce produit en fonction de x.
L'expression $g(x)$ désigne le prix, en euros, que les consommateurs sont prêts à dépenser pour l'achat d'un kilogramme de ce produit pour la quantité x mise sur le marché.
Les fonctions f et g sont définies par les relations suivantes :

$f(x) = 10\,e^{0{,}001x^2+0{,}02x}$ et $g(x) = 10\,e^{-0{,}06x+2}$

Partie A : étude d'un cas particulier.

L'entreprise veut mettre sur le marché 3 000 kg du nouveau produit.

1 / Montrer alors qu'un kilogramme du nouveau produit sera vendu 44,82 €, autrement dit que l'offre est égale à 44,82 €.

2 / Combien le marché est-il prêt à payer un kilogramme du nouveau produit ?

Partie B : étude des fonctions *f* et *g*.

1 / On rappelle que si u désigne une fonction dérivable sur l'intervalle I, alors $(e^u)' = u'e^u$.

a) On désigne par f' la fonction dérivée de f.
Déterminer l'expression $f'(x)$ puis étudier soigneusement son signe sur l'intervalle $[0 ; 50]$.

b) En déduire le tableau de variations de la fonction f.

c) Donner sans justification le tableau de variations de la fonction g.

2 / Une partie de la courbe de la fonction f est donnée en annexe 3.
Compléter le tableau de valeurs de la fonction g située en bas de l'annexe 3 et construire la courbe représentative de la fonction g dans le même repère que celui de la courbe de la fonction f.

Partie C : interprétation économique.

On appelle prix d'équilibre le prix pour lequel l'offre est égale à la demande.

L'objectif de cette partie est de déterminer graphiquement puis par le calcul ce prix d'équilibre.

1 / a) Lire graphiquement, avec la précision permise par le dessin, la quantité à produire et à mettre sur le marché pour que l'offre soit égale à la demande.

b) En déduire, par la méthode voulue, une valeur approchée du prix d'équilibre d'un kilogramme du nouveau produit.

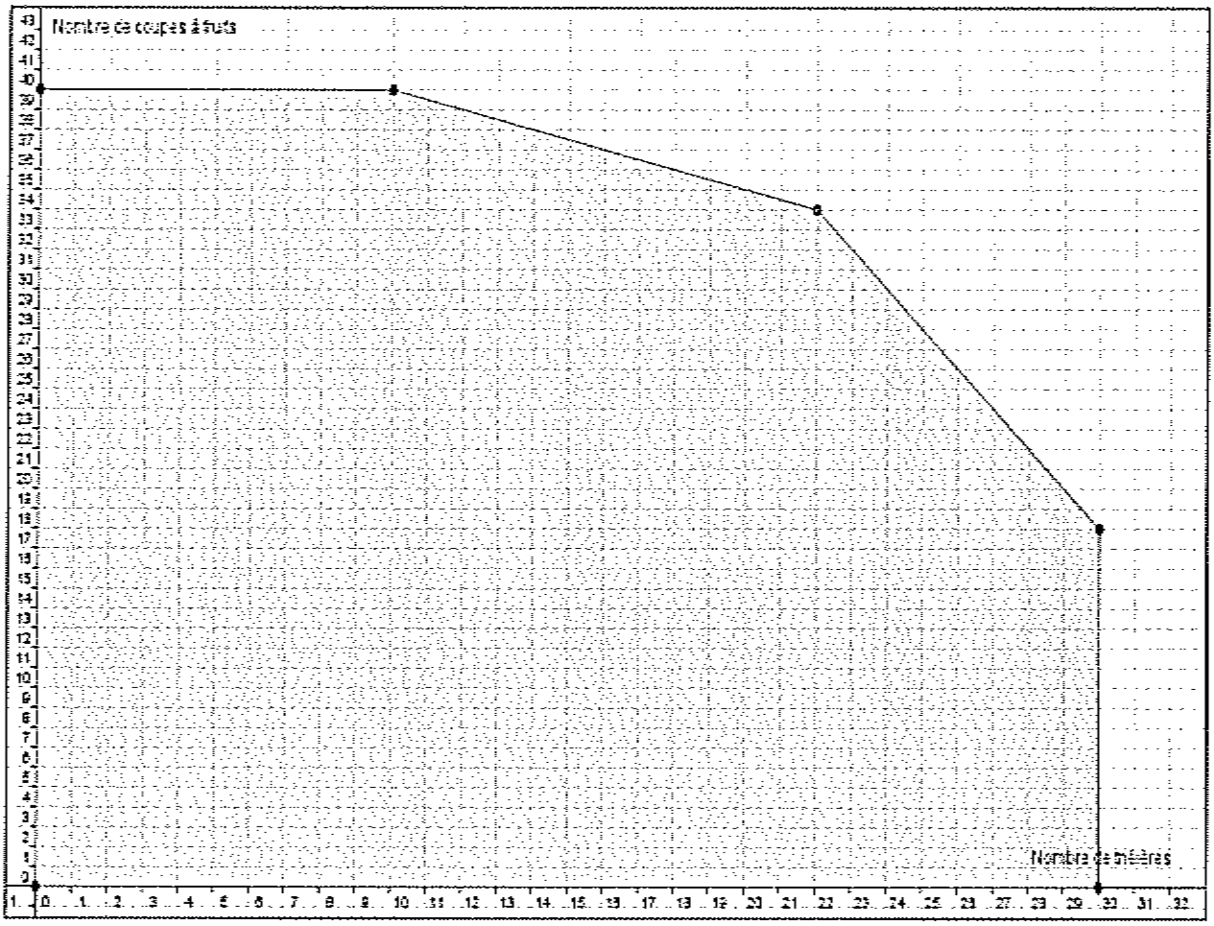
Dans la question suivante, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même infructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

2 / a) Montrer que pour $x \in [0 ; 50]$:
résoudre l'équation : $f(x) = g(x)$ **revient à** résoudre l'équation : $(0{,}001x - 0{,}02)(x + 100) = 0$.

b) Résoudre dans **R** l'équation $(0{,}001x - 0{,}02)(x + 100) = 0$.

c) En déduire alors la quantité à produire pour atteindre le prix d'équilibre, puis calculer ce prix d'équilibre.

ANNEXE 1



ANNEXE 2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	40	3195	3240	3285	3330	3375	3420	3465	3510	3555	3600	3645
2	39	3132	3177	3222	3267	3312	3357	3402	3447	3492	3537	3582
3	38	3069	3114	3159	3204	3249	3294	3339	3384	3429	3474	3519
4	37	3006	3051	3096	3141	3186	3231	3276	3321	3366	3411	3456
5	36	2943	2988	3033	3078	3123	3168	3213	3258	3303	3348	3393
6	35	2880	2925	2970	3015	3060	3105	3150	3195	3240	3285	3330
7	34	2817	2862	2907	2952	2997	3042	3087	3132	3177	3222	3267
8	33	2754	2799	2844	2889	2934	2979	3024	3069	3114	3159	3204
9	32	2691	2736	2781	2826	2871	2916	2961	3006	3051	3096	3141
10	31	2628	2673	2718	2763	2808	2853	2898	2943	2988	3033	3078
11	30	2565	2610	2655	2700	2745	2790	2835	2880	2925	2970	3015
12	Y / X	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
13												

ANNEXE 3 (À RENDRE AVEC LA COPIE)

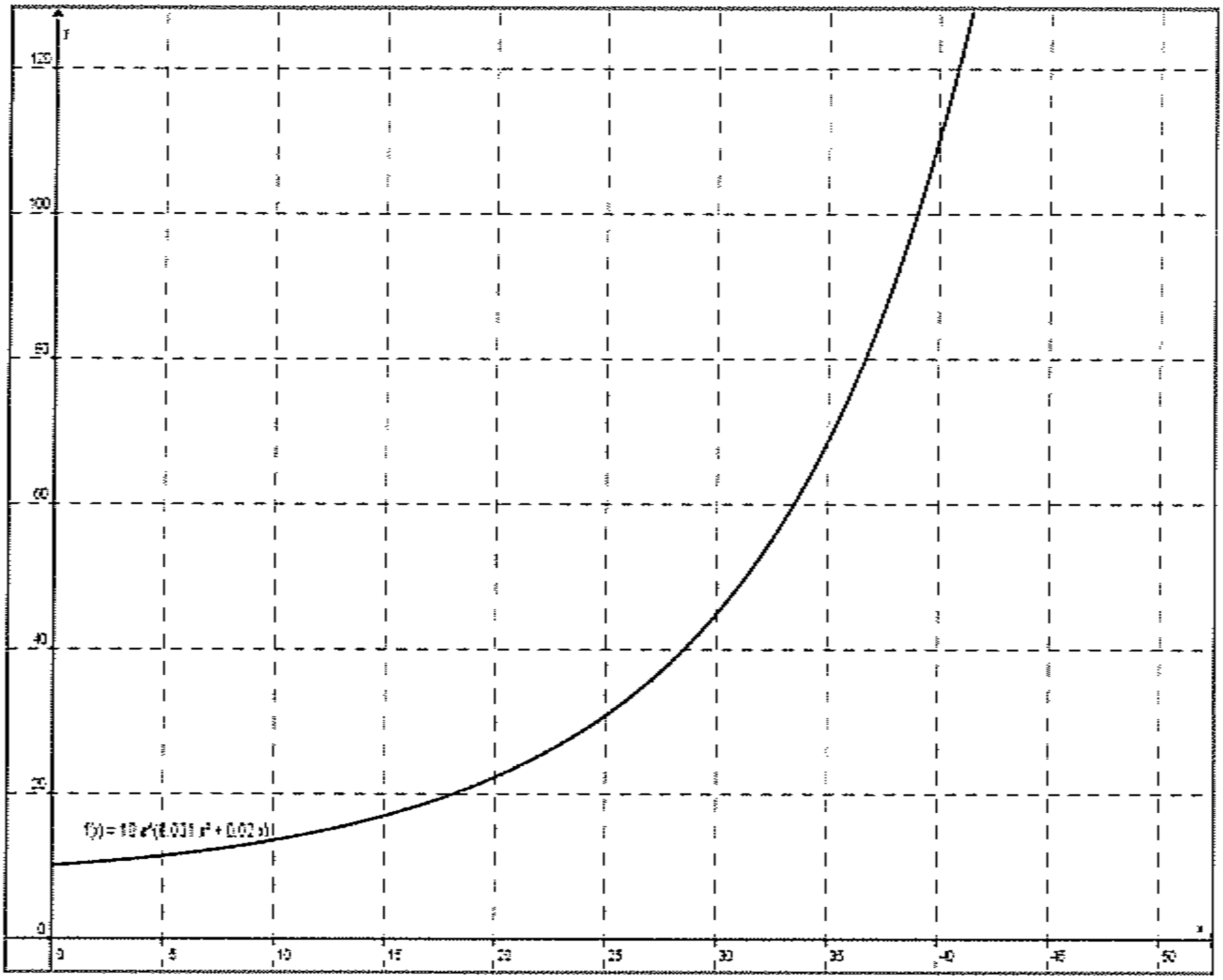


Tableau de valeurs de la fonction g à compléter

x	0	10	15	20	25	30	40	50
$g(x)$								