Durée : 3 heures

Baccalauréat ES

Antilles - Guyane / juin 2015

Exercice 1 **5 points**
Commun à tous les candidats

Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse ne rapportent, ni n'enlèvent aucun point. Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse choisie.

1) La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 + 6x^2$ est convexe sur l'intervalle :

a. $]-\infty\ ;\ +\infty[$ **b.** $[-2\ ;\ +\infty[$ **c.** $]-\infty\ ;\ -2]$ **d.** $[-6\ ;\ +\infty[$

2) Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = (x-2)\mathrm{e}^x$. L'équation $g(x) = 0$ admet sur $\mathbb{R}$:

a. aucune solution **b.** une seule solution
c. exactement deux solutions **d.** plus de deux solutions

3) On pose : $I = \displaystyle\int_0^1 -2x\mathrm{e}^{-x^2}\,\mathrm{d}x$. La valeur de I est :

a. $1-\mathrm{e}^{-1}$ **b.** $\mathrm{e}^{-1}-1$ **c.** $-\mathrm{e}^{-1}$ **d.** e^{-1}

4) La fonction h est définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par $h(x) = (2x+4)\ln x$.
On note h' la fonction dérivée de la fonction h.
Pour tout nombre x de l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$, $h'(x)$ est égale à :

a. $\dfrac{2}{x}$ **b.** $2\ln x + \dfrac{4}{x}$ **c.** $\dfrac{2x+4}{x}$ **d.** $2\ln x + \dfrac{2x+4}{x}$

5) Le prix d'une action a augmenté chaque mois de 5 % et cela pendant 3 mois consécutifs.
Globalement, le prix de l'action a été multiplié par :

a. $1,05^3$ **b.** 1,15 **c.** $3\times 1,05$ **d.** 1,45

Exercice 2 **5 points**

Candidats ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats L

Une enquête a été réalisée auprès des élèves d'un lycée afin de connaître leur sensibilité au développement durable et leur pratique du tri sélectif.

L'enquête révèle que 70 % des élèves sont sensibles au développement durable, et, parmi ceux qui sont sensibles au développement durable, 80 % pratiquent le tri sélectif.

Parmi ceux qui ne sont pas sensibles au développement durable, on en trouve 10 % qui pratiquent le tri sélectif.

On interroge un élève au hasard dans le lycée. On considère les évènements suivants :

S : L'élève interrogé est sensible au développement durable.

T : L'élève interrogé pratique le tri sélectif.

Les résultats seront arrondis à 10^{-2}.

1) Construire un arbre pondéré décrivant la situation.

2) Calculer la probabilité que l'élève interrogé soit sensible au développement durable et pratique le tri sélectif.

3) Montrer que la probabilité $P(T)$ de l'évènement T est $0,59$.

4) On interroge un élève qui ne pratique pas le tri sélectif.

Peut-on affirmer que les chances qu'il se dise sensible au développement durable sont inférieures à 10 % ?

5) On interroge successivement et de façon indépendante quatre élèves pris au hasard parmi les élèves de l'établissement.

Soit X la variable aléatoire qui donne le nombre d'élèves pratiquant le tri sélectif parmi les 4 élèves interrogés.

Le nombre d'élèves de l'établissement est suffisamment grand pour que l'on considère que X suit une loi binomiale.

a) Préciser les paramètres de cette loi binomiale.

b) Calculer la probabilité qu'aucun des quatre élèves interrogés ne pratique le tri sélectif.

c) Calculer la probabilité qu'au moins deux des quatre élèves interrogés pratiquent le tri sélectif.

Exercice 2 **5 points**

Candidats ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

U ne municipalité vient de mettre en place le service « vélo en liberté ». Il s'agit d'un service de location de vélos à la journée.

Les vélos sont disponibles sur deux sites A et B et doivent être ramenés en fin de journée indifféremment dans l'un des deux sites.

Après une étude statistique, on considère que :

— si un vélo est loué sur le site A, la probabilité d'être ramené en A est $0,6$;

— si un vélo est loué sur le site B, la probabilité d'être ramené en B est $0,7$.

Les résultats numériques seront arrondis à 10^{-2} près.

1) En notant respectivement A et B les états « le vélo est en A » et « le vélo est en B », traduire les données de l'énoncé par un graphe probabiliste de sommets A et B.

2) Donner M la matrice de transition de ce graphe en considérant les sommets dans l'ordre A, B.

3) Pour tout entier naturel n, on note a_n (respectivement b_n) la probabilité qu'un vélo quelconque soit, après n jours, sur le site A (respectivement sur le site B).
On note P_n la matrice $\begin{pmatrix} a_n & b_n \end{pmatrix}$ correspondant à l'état probabiliste après n jours.
Le premier jour, tous les vélos sont distribués également sur les deux sites. On a donc $P_0 = \begin{pmatrix} 0,5 & 0,5 \end{pmatrix}$.

a) On donne :

$$M^2 = \begin{pmatrix} 0,48 & 0,52 \\ 0,39 & 0,61 \end{pmatrix}.$$

Calculer P_2 en donnant le détail des calculs matriciels.

b) Calculer P_4 et interpréter le résultat dans le contexte du problème.

c) Déterminer l'état stable du graphe, noté $\begin{pmatrix} a & b \end{pmatrix}$.

d) Tous les mois, un véhicule est affecté à la redistribution des vélos afin de rétablir au mieux la répartition initiale qui était de 70 vélos sur chaque site.
La municipalité envisage d'affecter un véhicule pouvant contenir 12 vélos.
Ce choix parait-il adapté à la situation ?

Exercice 3 **5 points**
Commun à tous les candidats

En 2010, un opérateur de téléphonie mobile avait un million de clients. Depuis, chaque année, l'opérateur perd 10 % de ses clients, mais regagne dans le même temps 60 000 nouveaux clients.

1) **a)** On donne l'algorithme ci-dessous. Expliquer ce que l'on obtient avec cet algorithme.

Variables :	k, NbClients
Traitement :	Affecter à k la valeur 0
	Affecter à NbClients la valeur 1 000 000
	Tant que $k < 8$
	affecter à k la valeur $k + 1$
	affecter à NbClients la valeur $0,9 \times$ NbClients $+ 60\,000$
	Afficher NbClients
	Fin Tant que

b) Recopier et compléter le tableau ci-dessous avec toutes les valeurs affichées pour k de 0 jusqu'à 5.

k	0	1	2	3	4	5
NbClients						

2) En supposant que cette évolution se poursuit de la même façon, la situation peut être modélisée par la suite (U_n) définie pour tout entier naturel n, par :

$$\begin{cases} U_0 & = & 1\,000 \\ U_{n+1} & = & 0,9U_n + 60. \end{cases}$$

Le terme U_n donne une estimation du nombre de clients, en millier, pour l'année $2010 + n$.
Pour étudier la suite (U_n), on considère la suite (V_n) définie pour tout entier naturel n par

$$V_n = U_n - 600.$$

a) Montrer que la suite (V_n) est géométrique de raison 0,9.

b) Déterminer l'expression de V_n en fonction de n.

c) Montrer que pour tout entier naturel n, on a $U_n = 400 \times 0,9^n + 600$.

d) Montrer que la suite (U_n) est décroissante. Interpréter le résultat dans le contexte de ce problème.

3) Á la suite d'une campagne publicitaire conduite en 2013, l'opérateur de téléphonie observe une modification du comportement de ses clients.

Chaque année à compter de l'année 2014, l'opérateur ne perd plus que 8 % de ses clients et regagne 100 000 nouveaux clients.

On admet que le nombre de clients comptabilisés en 2014 était égal à 860 000.

En supposant que cette nouvelle évolution se poursuive durant quelques années, déterminer le nombre d'années nécessaire pour que l'opérateur retrouve au moins un million de clients.

Exercice 4 **5 points**
Commun à tous les candidats

Les deux parties sont indépendantes

Une machine permet le conditionnement d'un jus de fruit dans des bouteilles.
La quantité de jus injecté dans une bouteille par la machine, exprimée en ml (millilitre), est modélisée avec une variable aléatoire réelle X.
On admet que celle-ci suit une loi normale de moyenne $\mu = 500$ et d'écart-type $\sigma = 2$.

Partie A

On prélève une bouteille au hasard en fin de chaîne de remplissage.

1) Déterminer $P(X \leqslant 496)$. Donner le résultat arrondi à 10^{-2} près.

2) Déterminer la probabilité que la bouteille ait un contenu compris entre 497 et 500 millilitres. Donner le résultat arrondi à 10^{-2} près.

3) Comment choisir la valeur de α afin que $P(500 - \alpha \leqslant X \leqslant 500 + \alpha)$ soit approximativement égale à $0,95$ à 10^{-2} près.

Partie B

Une association de consommateurs a testé un lot de 200 bouteilles issues de cette chaine de production.
Il a été constaté que 15 bouteilles contiennent moins de 500 ml de jus de fruit contrairement à ce qui est annoncé sur l'étiquetage.
L'entreprise qui assure le conditionnement de ce jus de fruit affirme que 97 % des bouteilles produites contiennent au moins 500 millilitres de jus de fruit.
Le test réalisé par l'association remet-il en cause l'affirmation de l'entreprise ?