

Baccalauréat ES La Réunion juin 2006

EXERCICE 1

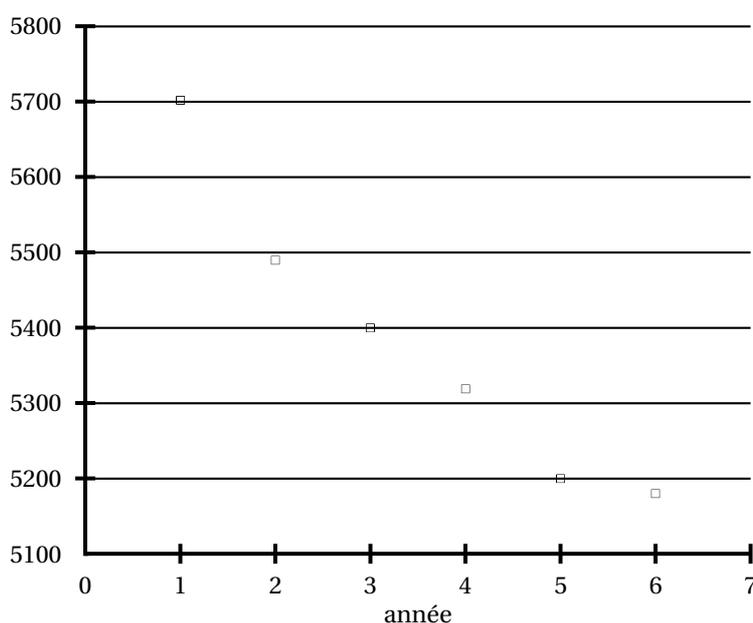
4 points

Commun tous les candidats

Le tableau suivant donne l'évolution de la vente de pots de plantes vertes en milliers de pots en France, de 1999 à 2004.

Année	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Rang x_i de l'année	1	2	3	4	5	6
Nombre y_i de pots de plantes (en milliers de pots)	5 702	5 490	5 400	5 319	5 200	5 180

Vente de pots de plantes



Pour ce nuage de points, un ajustement affine ne semble pas adapté. On cherche alors un ajustement exponentiel.

1. On pose $z_i = \ln y_i$.
 - a. Calculer les valeurs z_i , du tableau associées aux rangs x_i , en arrondissant au centième et pour i variant de 1 à 6. On portera ces valeurs dans le tableau situé sur l'annexe 1.
 - b. Construire, sur une feuille de papier millimétré, le nuage de points $N_i(x_i; z_i)$, dans le repère orthogonal défini de la manière suivante :
 - sur l'axe des abscisses, on place O à l'origine et on prend 2 cm pour représenter 1 année
 - sur l'axe des ordonnées, on place 8,50 à l'origine et on prend 1 cm pour représenter 0,01.
2.
 - a. À l'aide de la calculatrice, déterminer une équation de la droite d d'ajustement de z en x , obtenue par la méthode des moindres carrés (*on ne demande pas le détail des calculs*). Les coefficients seront arrondis au centième.
 - b. Tracer la droite d dans le repère précédemment défini.
 - c. Déterminer la relation entre y et z , sous la forme $y = Ae^{Bx}$, qui traduit l'équation de la droite d'ajustement d . Le nombre A est arrondi à l'unité et le nombre B arrondi au centième,

3. a. On suppose que l'évolution de la vente reste conforme à l'ajustement calculé à la question 2.
Donner alors une estimation du nombre de pots qu'on peut espérer vendre en 2006, exprimé en milliers de pots (résultat arrondi à l'unité).
- b. Une étude concurrente donne une estimation pour 2006 de 5 085 milliers de pots vendus.
Calculer la différence entre les deux estimations. Quel pourcentage cette différence représente-t-elle par rapport à la première estimation ? (on donnera une valeur approchée arrondie au centième de ce résultat).

EXERCICE 2**5 points****Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité**On considère la suite numérique (u_n) définie par :

$$\begin{cases} u_1 &= 12 \text{ et} \\ u_{n+1} &= \frac{1}{3}u_n + 5 \text{ pour tout entier naturel } n \geq 1 \end{cases}$$

1. Utiliser les droites d'équations $y = x$ et $y = \frac{1}{3}x + 5$ pour construire les quatre premiers termes de la suite (u_n) .
(Cette construction est à faire sur le graphique de l'annexe 3 - exercice 2 - Spécialité)
Que peut-on conjecturer à propos de la limite de la suite (u_n) ?
2. Soit la suite (v_n) définie, pour tout entier naturel $n \geq 1$, par : $v_n = u_n - \frac{15}{2}$.
- a. Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{3}$.
- b. Exprimer alors v_n en fonction de n .
- c. Déterminer la limite de la suite (v_n) puis en déduire la limite de la suite (u_n) .
3. Est-il possible de déterminer n de sorte que :
- a. $u_n - \frac{15}{2} \leq 10^{-6}$?
- b. $u_n - \frac{15}{2} \geq 10^6$?

EXERCICE 2**5 points****Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité**

Une entreprise de transports routiers dispose de 16 camions dont :

- 9 sont considérés comme « anciens »
- 4 sont considérés comme « récents »
- 3 sont considérés comme « neufs ».

Partie A

L'entreprise décide d'observer l'état des 16 camions pendant une période donnée.

On sait de plus que, pendant cette période, la probabilité que :

- un camion « ancien » ait une panne, est égale à 0,08
- un camion « récent » ait une panne, est égale à 0,05
- un camion « neuf » ait une panne, est égale à 0,002 5.

On choisit au hasard un camion parmi les 16. On note les événements suivants :

- A : « le camion est ancien »
R : « le camion est récent »
N : « le camion est neuf »
D : « le camion a une panne ».

1. Construire un arbre pondéré décrivant les éventualités associées au choix d'un camion.
2. Calculer la probabilité que le camion choisi soit récent et ait une panne (*on donnera, pour cette question et les deux suivantes, à chaque fois une valeur approchée du résultat arrondie à 10^{-4} près*)
3. Calculer la probabilité que le camion choisi ait une panne.
4. Calculer la probabilité que le camion soit neuf sachant qu'il n'a pas de panne.

Partie B

Dans cette partie, on s'intéresse seulement aux camions « neufs ».

(*on donnera, pour chacune des questions suivantes, une valeur approchée du résultat arrondie au millième*).

Un camion peut être indisponible pour des raisons de matériel ou de personnel. Chaque camion neuf a de façon indépendante une probabilité d'indisponibilité de 0,01.

Déterminer la probabilité pour qu'un jour donné :

1. tous les camions « neufs » soient indisponibles (événement T)
2. un camion « neuf » au moins soit indisponible (événement M)
3. deux camions « neufs » exactement soient disponibles (événement S).

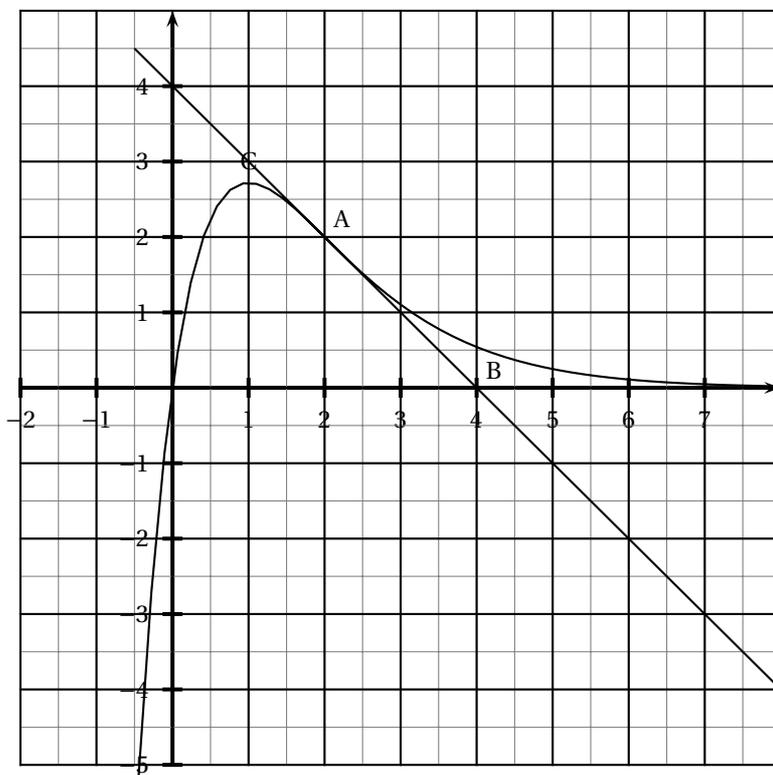
EXERCICE 3

6 points

Commun à tous les candidats

On a représenté ci-dessous, dans un repère orthonormal, la courbe représentative Γ d'une fonction g définie et dérivable sur \mathbb{R} . La courbe Γ passe par les points $O(0; 0)$ et $A(2; 2)$.

La droite (AB) est la tangente en A à la courbe Γ . La tangente à Γ au point C d'abscisse 1 est parallèle à l'axe des abscisses.



1. Déterminer graphiquement les valeurs de $g(0)$, $g(2)$, $g'(1)$, $g'(2)$.

2. Une des représentations graphiques présentées sur l'annexe 2, représente la fonction dérivée g' de g et une autre représente une primitive G de g sur \mathbb{R} . Déterminer la courbe associée à la fonction g' et celle associée à G ; vous justifierez votre choix à l'aide d'arguments basés sur l'examen des représentations graphiques.
3. On suppose que la fonction g est de la forme : $g(x) = (x + a)e^{bx+c}$ où a , b et c sont des nombres réels.
 - a. Démontrer que $a = 0$ et que $c = -2b$.
 - b. Déterminer $g'(x)$ en fonction de b et de x .
 - c. Calculer alors les valeurs de b et de c .
4. Démontrer que la fonction G définie par $G(x) = -(x + 1)e^{2-x}$ est une primitive de g sur \mathbb{R} .
5. Calculer l'aire \mathcal{A} , exprimée en unités d'aire, de la partie du plan comprise entre l'axe des abscisses, la courbe Γ et les droites d'équations $x = 2$ et $x = 3$.

EXERCICE 4

5 points

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un Q.C.M. (Questionnaire à Choix Multiples). Chaque question admet une seule réponse exacte. On portera la réponse dans le tableau prévu en annexe (Annexe 1).

Barème : une bonne réponse rapporte 0,5 point ; une mauvaise réponse enlève 0,25 point. L'absence de réponse n'apporte, ni n'enlève de point. Si le total de point est négatif, la note globale attribuée à l'exercice est ramenée à 0.

1. L'expression $f(x) = x(1 + e^{-x}) + 1$ peut aussi s'exprimer ainsi :
 - a. $f(x) = \ln e + e^{-x}(x + xe^x)$
 - b. $f(x) = xe^{-x}$
 - c. $f(x) = xe^{-x} + 1 + e^x$
2. Deux fonctions u et g sont connues par leurs tableaux de variations.

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$
$u(x)$	4	2	-2	$+\infty$

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$
$g(x)$	$-\infty$	0	-1	$+\infty$

On a alors :

- a. $g[u(-1)] = -1$
 b. $g[u(-2)] = -2$
 c. $g[u(-1)] = -2$
3. En considérant les fonctions u et g précédentes, on a :
- a. $\lim_{x \rightarrow +\infty} g[u(x)] = 4$
 b. $\lim_{x \rightarrow +\infty} g[u(x)] = -\infty$
 c. $\lim_{x \rightarrow +\infty} g[u(x)] = +\infty$
4. En considérant la fonction g de la question 2, l'équation $g(x) = 3$ admet :
- a. exactement une solution sur $[-4; 2]$
 b. exactement une solution sur $[-3; +[$
 c. exactement une solution sur $] -\infty; -2]$
5. Dire que la droite d'équation $y = x - 1$ est asymptote oblique en $+\infty$ à la courbe représentative d'une fonction f dans un repère du plan, revient à dire que :
- a. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -1$
 b. $\lim_{x \rightarrow 0} [f(x) - (x - 1)] = +\infty$
 c. $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x - 1)] = 0$
6. La fonction g définie sur \mathbb{R} par $g(x) = e^{-x^2+1}$ est :
- a. une primitive de la fonction qui à x associe : $-xe^{-x^2+1}$
 b. une primitive de la fonction qui à x associe : $-2xe^{1-x^2}$
 c. la dérivée de la fonction qui à x associe : $-2xe^{1-x^2}$
7. Une fonction f est connue par son tableau de variations :

x	$-\infty$	3	5	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	$1+e$	1	$+\infty$	

Soit F une primitive de la fonction f sur \mathbb{R} . On peut affirmer que :

- a. F est croissante sur $] -\infty; 3]$
 b. F' est positive sur \mathbb{R}
 c. F est croissante sur $[3; 5]$
8. La fonction f définie sur $\mathbb{R} - \{4\}$ par : $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 1}{x - 4}$ a pour représentation graphique la courbe \mathcal{C} , dans un repère donné. On peut dire alors que :
- a. la droite d'équation $y = x + 1$ est asymptote oblique à \mathcal{C} en $+\infty$.
 b. la droite d'équation $x = -4$ est asymptote verticale à \mathcal{C}
 c. la droite d'équation $x = 4$ est asymptote horizontale à \mathcal{C} en $+\infty$.
9. Pour toute fonction f continue et positive sur $[-1; 1]$ si \mathcal{C}_f est la courbe représentative de f dans un repère donné du plan, alors $\int_{-1}^1 f(x) dx$ est :
- a. la valeur moyenne de f sur $[-1; 1]$.

- b.** l'aire, en unités d'aire, du domaine sous la courbe \mathcal{C}_f , entre les droites d'équations $x = -1$ et $x = 1$.
 - c.** égale à $f(1) - f(-1)$.
- 10.** a et b étant deux nombres réels strictement positifs, $\ln(a + b)$ est égale à :
 - a.** $(\ln a) \times (\ln b)$.
 - b.** $\ln a + \ln\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) + \ln b$.
 - c.** $\ln a + \ln b$.

ANNEXE 1 à rendre avec la copie

Exercice 1 (question 1. a.)

Année	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Rang x_i	1	2	3	4	5	6
Nombre y_i de pots de plantes	5 702	5 490	5 400	5 319	5 200	5 180
$z_i = \ln y_i$						

Exercice 4

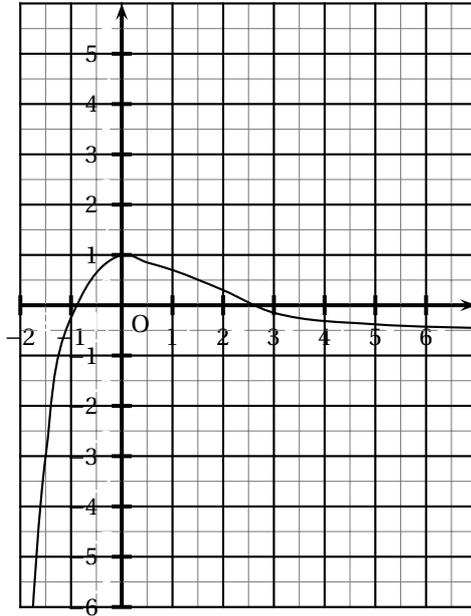
Pour chaque question du Q.C.M., cocher la case correspondant à la bonne réponse

Questions	Réponse a.	Réponseb.	Réponse c.
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			

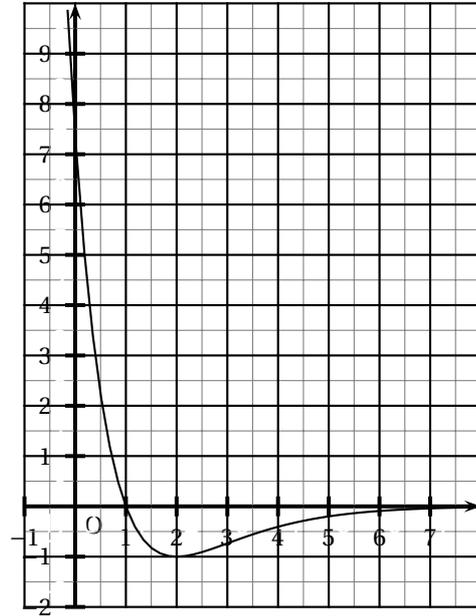
ANNEXE 2 : cette feuille n'est pas à rendre avec la copie

Courbes de l'exercice 3 - question 1

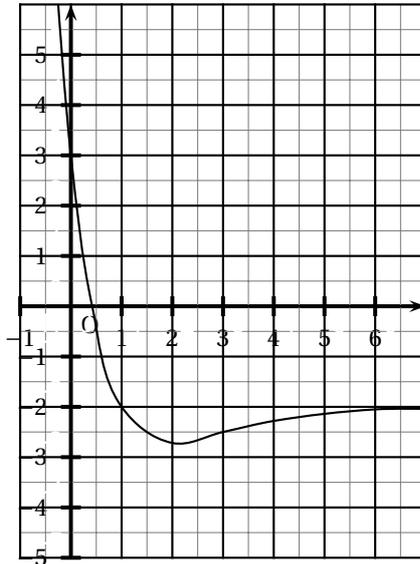
Courbe 1



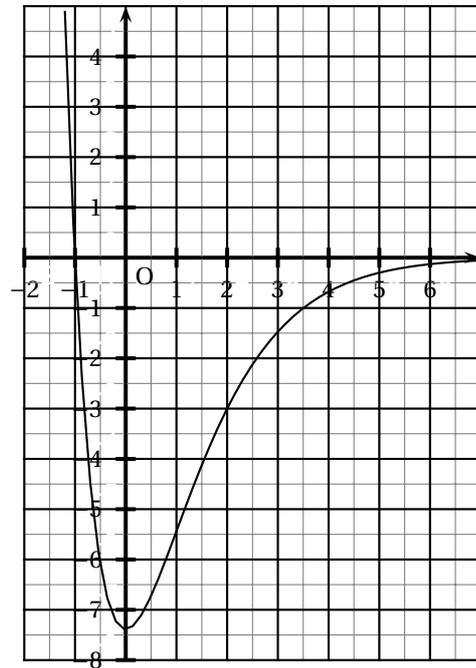
Courbe 2



Courbe 3



Courbe 4



ANNEXE 3 : Exercice 2 - Spécialité

À rendre avec la copie

