Baccalauréat Asie ES juin 2008

Exercice 1 — 5 points

Commun à tous les candidats

Pour chaque question, une seule des trois propositions est exacte. Le candidat indiquera sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Une réponse exacte rapporte 1 *point ; une réponse inexacte enlève* 0,5 *point ; l'absence de réponse est comptée* 0 *point. Si le total est négatif, la note est ramenée à zéro.*

1. Une baisse de 25 % est compensée par une hausse, arrondie à l'unité, de :

   a. 20 % **b.** 25 % **c.** 33 %

2. La population d'une ville a augmenté de 7 % en 2004, de 5 % en 2005 et de 6 % en 2006. L'augmentation de la population de cette ville sur la période 2004-2006 est, arrondie à l'unité près, égale à :

   a. 17 % **b.** 18 % **c.** 19 %

Les élèves de deux classes de terminale ES (désignées par TE1 et TE2) sont répartis selon leur spécialité (qui sont abrégées en SES, LV, Math) de la façon suivante :

		TE1	TE2	Total
Spécialité	SES	16	8	24
	LV	12	14	26
	Math	6	10	16
Total		34	32	66

On interroge un élève au hasard. Les données précédentes sont à utiliser pour les trois questions suivantes :

3. La probabilité que l'élève interrogé appartienne à la TE1 est égale à :

   a. $\dfrac{1}{66}$ **b.** $\dfrac{1}{34}$ **c.** $\dfrac{17}{33}$

4. La probabilité que l'élève interrogé suive l'enseignement de spécialité Math ou appartienne à la TE1 est égale à :

   a. $\dfrac{2}{3}$ **b.** $\dfrac{25}{33}$ **c.** $\dfrac{1}{11}$

5. La probabilité que l'élève interrogé suive l'enseignement de spécialité Math sachant qu'il appartient à la TE1 est égale à :

   a. $\dfrac{1}{34}$ **b.** $\dfrac{1}{11}$ **c.** $\dfrac{3}{17}$

Exercice 2 — 5 points

Commun à tous les candidats

On considère la fonction u définie sur l'intervalle $]0~;+\infty[$ par

$$u(x) = \frac{10 - x}{x}$$

1. Calculer les limites de u en 0 et en $+\infty$.
2. Étudier les variations de u.

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]0~;+\infty[$ par

$$f(x) = \mathrm{e}^{u(x)}.$$

3. Calculer les limites de f en 0 et en $+\infty$. Quelles conséquences graphiques peut-on en déduire ?

4. Établir, en justifiant, le tableau de variations de f.
5. Résoudre algébriquement l'équation $f(x) = 1$.
6. L'équation $f(x) = -x$ admet-elle une solution ? Pourquoi ?
Toute tentative d'explication de la démarche ou de la méthode utilisée sera valorisée.

Exercice 3 — 5 points

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Le tableau suivant donne l'évolution du SMIC horaire brut en euros depuis 2001.

Date	1/07/2001	1/07/2002	1/07/2003	1/07/2004	1/07/2005	1/07/2006	1/07/2007
Rang : x_i	1	2	3	4	5	6	7
Valeur en euros y_i	6,67	6,83	7,19	7,61	8,03	8,27	8,44

1. Représenter sur votre copie le nuage de points associé à la série $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ dans un repère orthogonal (1 cm représente 1 rang en abscisse et 5 cm représentent 1 € en ordonnée faire débuter la graduation à 6 sur l'axe des ordonnées).
2. À l'aide de la calculatrice, donner une équation de la droite de régression de y en x par la méthode des moindres carrés (arrondir les coefficients à 10^{-2} près).
Tracer cette droite dans le repère précédent.
3. La forme du nuage suggère une modification de l'évolution du SMIC horaire brut à partir de juillet 2004. Pour $x \geqslant 4$, on choisit d'ajuster le nuage de points par une courbe $\mathscr{C}$ d'équation
$$y = a\ln(x-3) + b$$
où a, et b sont deux réels. Déterminer les réels a et b tels que la courbe $\mathscr{C}$ passe par les points de coordonnées (4 ; 7,61) et (7 ; 8,44) (arrondir les réels a et b à 10^{-2}).
Tacer la courba $\mathscr{C}$ dans le repère précédent.
4. Arthur est un jeune salarié, rémunéré au SMIC. Il souhaite estimer la valeur du SMIC au 1^er^ juillet 2009. Quel est, parmi les modèles utilisés aux questions **2** et **3**, celui qui lui sera le plus favorable ?

Exercice 3 — 5 points

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

On considère la surface S d'équation
$$z = y \times \ln(x),$$
où x appartient à l'intervalle [0,5 ; 5] et y appartient l'intervalle [−3 ; 5]. Cette surface S est représentée sur l'annexe correspondant à cet exercice qui est à rendre avec la copie.
Les cinq questions sont indépendantes l'une de l'autre.

1. On note P le plan d'équation $x = 3,5$. Quelle est la nature de l'intersection de la surface S et du plan P ?
2. On désigne par $\mathscr{C}_2$ l'intersection de la surface S avec le plan d'équation $y = 2$. Représenter la courbe $\mathscr{C}_2$ dans un repère orthonormal d'unité 2 cm.
3. Placer sur la surface S le point A d'abscisse 2 et d'ordonnée 4. Calculer sa côte.
4. Lire les coordonnées du point B situé sur la surface S.
5. On considère la section C de la surface S par le plan d'équation $z = 1$.
   a. Calculer l'ordonnée du point D d'abscisse 4 situé sur la section C. On donnera la valeur exacte puis une valeur approchée à 10^{-1} près. Placer le point D sur la surface S.

b. Arthur pense que la nature de la section C est un morceau de parabole. A-t-il raison ? Pourquoi ?

Exercice 4 — 5 points

Commun à tous les candidats

Une entreprise fabrique une quantité x, comprise entre 0 et 20, d'un certain objet.
Le coût total de production f, exprimé en euros, est représenté par la courbe $\mathscr{C}$ dans un repère d'origine O du graphique 1 fourni en annexe (à rendre avec la copie). La tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point B d'abscisse 14 est tracée sur le même graphique.

1. **a.** Quel est le coût total de production de 10 objets ?

   b. Quelle quantité maximale d'objets est-il possible de produire pour un coût total inférieur à 150 € ?

2. Le coût marginal g est donné sur l'intervalle $]0\,;\,20]$ par la dérivée du coût total de production $g(x) = f'(x)$ pour tout x appartenant à l'intervalle $]0\,;\,20]$.

   a. En utilisant le graphique 1 de l'annexe, déterminer la valeur du coût marginal pour $x = 14$. Comparer $g(14)$ et $g(19)$.

   b. Quelle est, parmi les trois courbes proposées sur le graphique 2, celle qui représente le coût marginal ? Justifier la réponse.

3. Le coût moyen h est donné sur l'intervalle $]0\,;\,20]$ par $h(x) = \dfrac{f(x)}{x}$.

   a. Estimer $h(5)$.

   b. Sur le graphique 1 de l'annexe, placer le point Q d'abscisse 5 situé sur la courbe $\mathscr{C}$, puis tracer la droite (OQ).

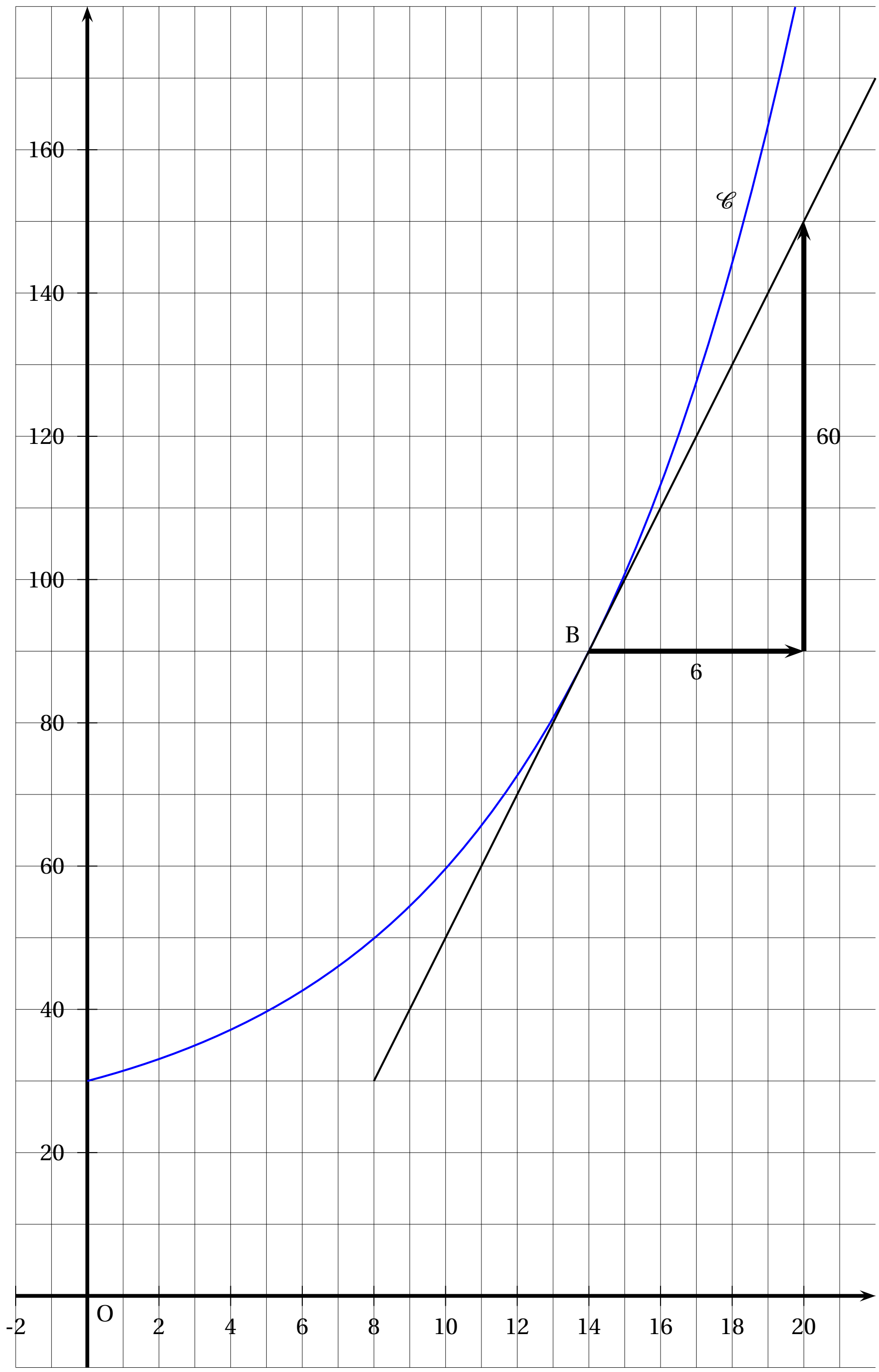
   Une expression du coefficient directeur de la droite (OQ) est $\dfrac{f(5)}{5}$. Justifier cette expression.

   c. Placer le point A sur la courbe $\mathscr{C}$ tel que la droite (OA) soit tangente à $\mathscr{C}$. On appelle a l'abscisse du point A.

   d. Conjecturer les variations de h sur l'intervalle $]0\,;\,20]$.
   Toute tentative d'explication de la démarche ou de la méthode utilisée sera valorisée.

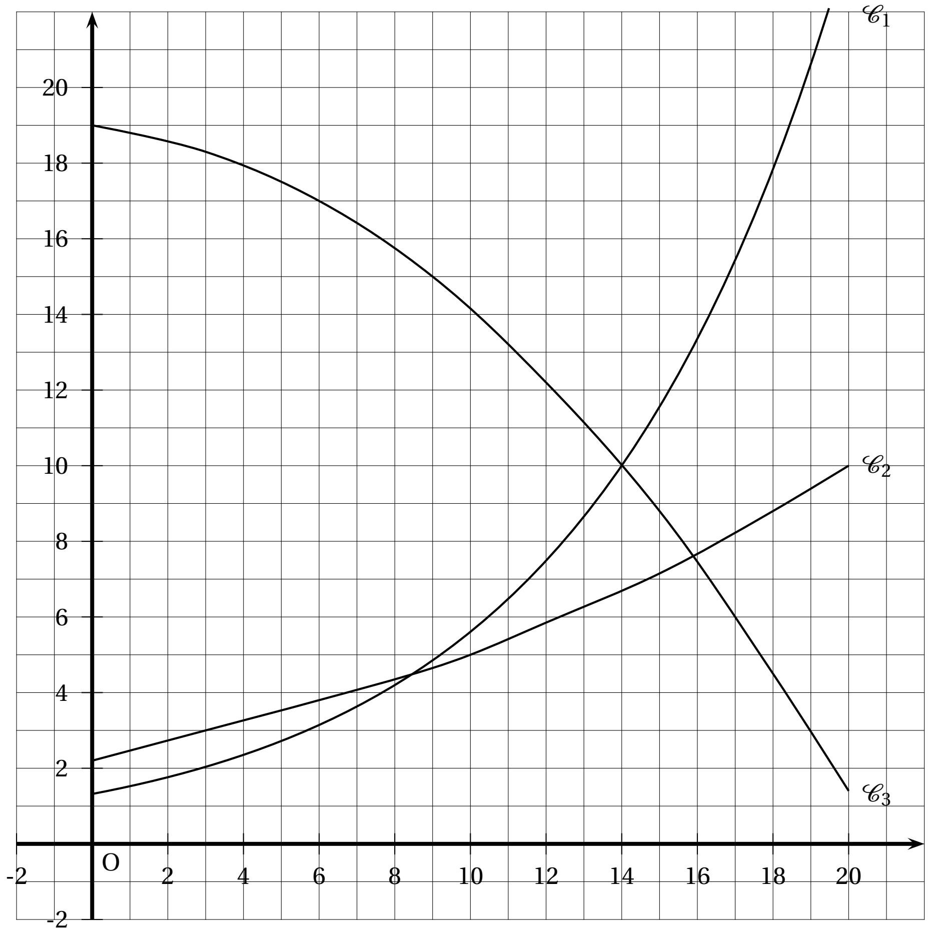
Annexe à rendre avec la copie

Graphique 1



Annexe à rendre avec la copie

Graphique 2



Exercice de spécialité

Annexe de exercice 3 à rendre avec la copie