Baccalauréat 2010 – Série L – Corrigé de l'épreuve math-info

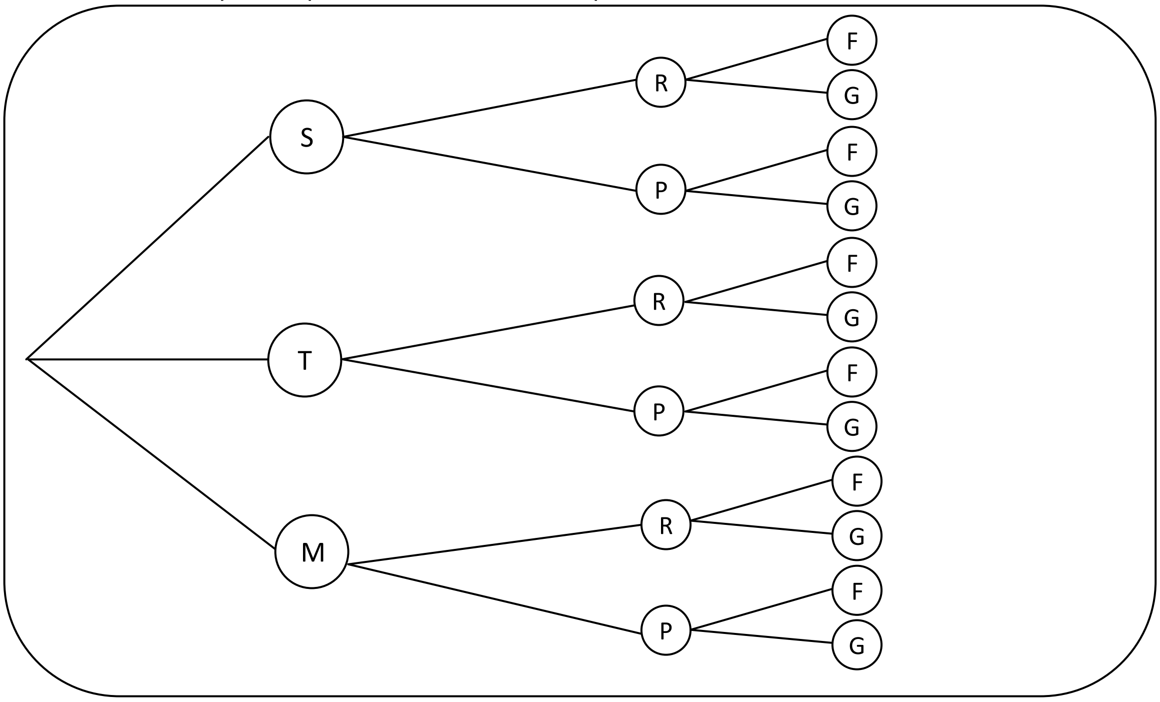
Exercice 1

Partie 1

Un menu à 12 euros comprend :

- une entrée au choix : salade (S), terrine (T) ou melon (M) ;
- un plat principal au choix : rôti de porc (R) ou pâtes (P) ;
- un dessert au choix : fruit (F) ou glace (G).

1. Construire un arbre pour représenter les 12 menus possibles.

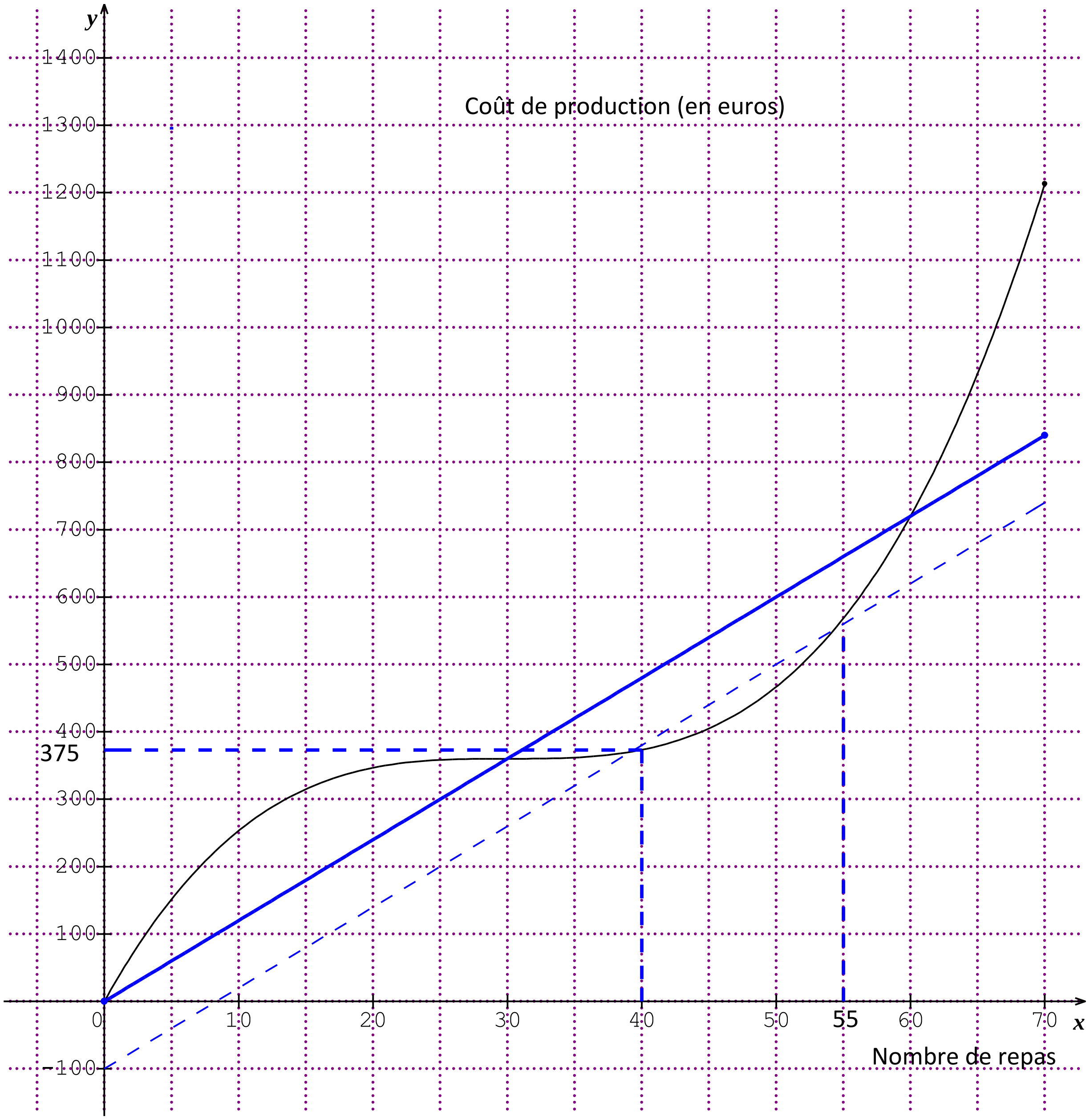


2. Marie est végétarienne. Elle ne mange ni terrine, ni rôti de porc. Combien de menus conviennent ?
   Il n'y a que 4 menus végétariens : {SPF, SPG, MPF, MPG}
3. Comment proposer 18 menus différents en n'ajoutant qu'un seul nouveau plat à la carte ?
   Le nombre de menus obtenus dans l'arbre précédent résulte du produit $3\times2\times2$
   Pour obtenir 18 menus, en n'ajoutant qu'un seul nouveau plat, il y a 2 possibilités :
   - $3\times3\times2$ (3 entrées, 3 plats principaux et 2 desserts) : on ajoute un plat principal,
   - $3\times2\times3$ (3 entrées, 2 plats principaux et 3 desserts) : on ajoute un dessert.

Partie 2

1. Quel est le coût de production de 40 repas ? Calculer la recette générée par ces 40 repas. En déduire le bénéfice.
   La courbe donnée en annexe 1 passe par le point de coordonnées (40 ; 375) environ.
   $\boxed{\text{Donc le coût de production de 40 repas est de 375 euros environ}}$ (toute réponse entre 370 et 380 inclus est acceptable par lecture graphique).
   Le prix de vente d'un repas est de 12 euros.
   $\boxed{\text{Donc la recette générée par ces 40 repas est égale à } 40\times12=480 \text{ euros.}}$
   $\boxed{\text{On en déduit que le bénéfice est de } 480-375=105 \text{ euros environ.}}$ (réponses acceptables entre 100 et 110 euros inclus)
2. Exprimer $R(x)$, la recette de x repas, en fonction de x. Représenter la fonction R sur le graphique.
   La recette est égale au nombre de repas, x, multiplié par 12 (prix de vente d'un repas). Donc $\boxed{R(x)=12x.}$

La courbe représentative de la fonction R est une droite (plus exactement un segment de droite car elle est limitée à l'intervalle [0;70]). Ce segment de droite a pour extrémités les points de coordonnées (0 ; 0) et (70 ; 840) car $12\times 0=0$ et $12\times 70=840$.



3. Pour quels nombres de repas servis peut-on atteindre au moins 100 euros de bénéfice ?
   Si on trace un segment parallèle au segment de droite représentant la fonction R, passant par le point de coordonnées (0 ; −100), on constate que ce segment passe au-dessus de la courbe de production des repas sur l'intervalle [40 ; 55] environ.
   On peut donc dire que le bénéfice d'au moins 100 euros est atteint lorsque le nombre de repas vendus oscille entre 40 et 55 repas environ.

Exercice 2

Partie 1 : seuil mondial de pauvreté absolue

1. En 2005, la population mondiale s'élevait à 5,45 milliards et le nombre de personnes disposant de moins de 1,25 dollars par jour était évalué à 1,4 milliards.
   Calculer le taux de pauvreté absolue en 2005. Compléter la cellule B10.
   On a : $\dfrac{1{,}4}{5{,}45}\approx 0{,}257$. $\boxed{\text{Donc le taux de pauvreté absolue en 2005 était de 25,7 \%.}}$

2. Calculer le pourcentage d'évolution du taux de pauvreté absolue dans le monde entre 1981 et 2002. Interpréter ce résultat.

   On utilise la formule : $\text{Taux d'évolution} = \dfrac{\text{Valeur finale} - \text{valeur initiale}}{\text{valeur initiale}}$.

   En 1981 le taux de pauvreté était de 52,2 % et en 2002, il était de 31,0 %.

   On a : $\dfrac{31-52,2}{52,2} \approx -0,406$

   $\boxed{\text{Donc le pourcentage d'évolution du taux de pauvreté absolue entre 1981 et 2002 est de } -40,6\ \%.}$

   Cela signifie que le pourcentage de pauvres dans le monde a baissé de 40,6 % entre 1981 et 2002.

3. La cellule A2 contient le nombre 1981. Quelle formule peut-on saisir dans A3 pour obtenir par copie vers le bas les valeurs affichées jusqu'en A10 ?
   La colonne A contient les années avec un pas régulier de 3 années.

   On peut donc mettre, dans la cellule A3, la formule $\boxed{\text{=A2+3}}$.

4. On modélise l'évolution du taux de pauvreté absolue par une baisse de 8,5 % tous les 3 ans à partir de 1981. On pose $u_0 = 52,2$ et on note u_n le taux de pauvreté absolue pour l'année $1981+3n$.

   a) Justifier que $u_1 = 47,8$.

   On a : $u_1 = u_0 - 8,5\% \times u_0$

   donc : $u_1 = 52,2 - 8,5\% \times 51,2$

   donc : $u_1 = 52,2 - 4,437 = 47,763$

   donc : $\boxed{u_1 = 47,8 \text{ à } 10^{-1} \text{ près}}$.

   Autre méthode : une baisse de 8,5% se traduit par un coefficient multiplicateur de $\left(1-\dfrac{8,5}{100}\right)$ soit 0,915

   Donc $u_1 = 0,91 = 5 \times u_0 = 52,2 \times 0,915 = 47,8$ à 10^{-1} près.

   b) Quelle formule faut-il placer en D3 pour pouvoir la recopier vers le bas jusqu'en D10 ?

   La seule réponse valable parmi celles qui sont proposées est : $\boxed{\text{=D2*0,915}}$.

   c) Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Exprimer u_n en fonction de n.

   La suite (u_n) est une suite géométrique de raison $q = 0,915$ car chaque terme est obtenu en multipliant le terme précédent par 0,915.

   On peut donc écrire : $u_n = u_0 \times q^n$

   donc : $\boxed{u_n = 52,2 \times 0,915^n}$

   d) Faire une prévision du taux de pauvreté absolue en 2017.

   On a : $2017 - 1981 = 36 = 3 \times 12$

   Donc $2017 = 1981 + 12 \times 3$

   On a : $u_{12} = 52,2 \times 0,915^{12} \approx 17,977$

   $\boxed{\text{Donc le taux de pauvreté prévisible en 2017, avec ce modèle, est de 18 \% à 0,1\% près.}}$

Partie 2 : seuil européen de pauvreté relative.

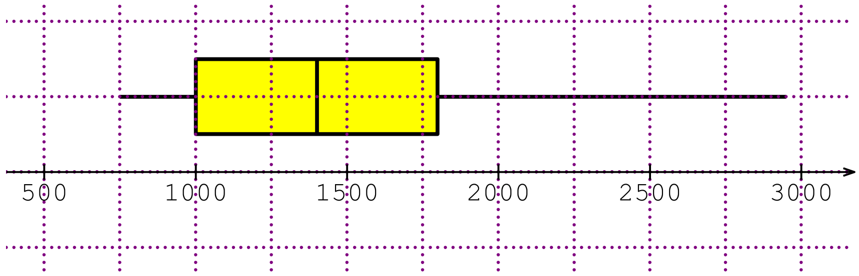
1. Justifier qu'en 2007 le ménage Martin était considéré comme pauvre.
   La composition de ce ménage correspond à 2,3 unités de consommation. En effet :

   - un adulte : 1 uc
   - 2 autres personnes de plus de 14 ans : $2 \times 0,5 = 1$ uc
   - un enfant de moins de 14 ans : 0,3 uc

   On a : $\dfrac{2000}{2,3} \approx 870$ €.

   Or le seuil de pauvreté en France était de 908 € par mois : le ménage Martin est donc pauvre.

2. Diagramme en boîte donnant la répartition des niveaux de vie mensuels en France en 2004 :
(les extrémités représentent les premier et neuvième déciles)



a) Utiliser le diagramme pour donner la valeur médiane du niveau de vie mensuel en France en 2004.

On lit, parmi les 5 propositions, la médiane : $\boxed{1393\text{ €}}$

b) En déduire le seuil de pauvreté en 2004.
D'après l'énoncé, le seuil de pauvreté est fixé à 60% du niveau de vie médian…
or $1393 \times 60\% = 835{,}8$.

$\boxed{\text{Donc le seuil de pauvreté en 2004 est 836 € à 1 euro près.}}$

c) En 2004, le ménage Martin, composé des mêmes personnes, avait un revenu disponible de 1800 € par mois. Justifier qu'entre 2004 et 2007 le revenu disponible du ménage Martin a augmenté d'environ 11%.
Le revenu disponible est passé de 1800 à 2000 € par mois.

On a : $\dfrac{2000-1800}{1800} \approx 0{,}11$

$\boxed{\text{Donc le revenu disponible a bien augmenté d'environ 11 \%.}}$

d) Entre 2004 et 2007 le seuil de pauvreté a été relevé de 8,6 %. Expliquez pourquoi le ménage Martin n'était pas considéré comme pauvre en 2004 alors qu'il l'était en 2007.
En 2004, la composition du ménage Martin ne donnait pas 2,3 uc mais 2,1 uc car les 2 enfants avaient moins de 14 ans cette année-là.

Donc, en 2004, le niveau de vie mensuel du ménage Martin était de $\dfrac{1800}{2{,}1} \approx 857$ euros.

Donc, puisque le seuil de pauvreté était fixé à 836 € en 2004, le ménage Martin n'était pas considéré comme pauvre cette année-là…