BACCALAUREAT GENERAL

SESSION 2004

MATHÉMATIQUES

Obligatoire

SERIE : ES

DUREE DE L'EPREUVE : 3 heures - COEFFICIENT : 5

Ce sujet comporte 7 pages dont 2 feuilles ANNEXES 1 et 2.

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

Le candidat doit traiter les quatre exercices.
La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Les feuilles ANNEXES 1 et 2 sont à rendre avec la copie.

Tournez la page S.V.P

EXERCICE 1 (*5 points*)
Commun à tous les candidats

Pour chacune des questions ci-dessous, une seule des réponses proposées est exacte. On demande de cocher cette réponse sur la **feuille ANNEXE 1(à rendre avec la copie)**.
Une bonne réponse rapporte 0,5 point. Une mauvaise réponse enlève 0,25 point. L'absence de réponse n'apporte ni n'enlève aucun point.
Si le total des points est négatif, la note globale attribuée à l'exercice est 0.

QUESTIONS	RÉPONSES (à porter sur la feuille ANNEXE 1)
Pour les trois premières questions, A et B sont des événements associés à une expérience aléatoire.	
1) Si B est l'événement contraire de A, alors	• $p(A)=1+p(B)$ • $p(A)=1-p(B)$ • $p(A)=p(B)$
2) Si A et B sont deux événements indépendants et $p(A)\neq 0$, alors	• $A\cap B=\varnothing$ • $p(A\cup B)=p(A).p(B)$ • $p_A(B)=p(B)$
3) Si A et B sont deux événements incompatibles alors	• $p(A\cup B)=p(A)+p(B)$ • $p(A)=1-p(B)$ • $p(A\cap B)=1$
4) Soit a un nombre réel strictement positif. $\lim\limits_{x\to-\infty}\ln(-ax+5)=$	• $-\infty$ • 0 • $+\infty$
5) La représentation graphique de la fonction logarithme népérien admet	• une asymptote verticale • une asymptote horizontale • une tangente horizontale
6) $e^{\ln x}=x$ pour tout x appartenant à	• $\mathbf{R}$ • $]0\,;+\infty[$ • $[0\,;+\infty[$
7) Soit un réel a. $\ln\left(e^a\right)-2e+\ln(1)=$	• e^a-2e+e • e^a-2e • $a-2e$
8) Soient a et b des réels strictement positifs. $e^{\ln a}+e^{-\ln b}=$	• $-ab$ • $a-b$ • $\dfrac{ab+1}{b}$
9) Une primitive de la fonction logarithme népérien sur $]0\,;+\infty[$ est :	• $x\mapsto\dfrac{1}{\ln x}$ • $x\mapsto x\times\ln x-x+3$ • $x\mapsto\ln\left(\dfrac{1}{x}\right)-2$
10) Pour tout réel x strictement inférieur à 1, $\ln(1-x)>1$ est équivalent à :	• $x<1$ • $x<1-e$ • $x>e$

EXERCICE 2 (*5 points*)

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Soit f la fonction définie pour tout x élément de $\mathbf{R}$ par $f(x)=(x^2+1)e^{-x+2}$.

On note Γ la représentation graphique de f dans un repère orthogonal et Δ la droite d'équation $y=\frac{5}{2}x$.

On note $\mathcal{A}$ l'aire (en unités d'aire) du domaine délimité par la courbe Γ, la droite Δ et la droite d'équation $x=0$.

On note O, P, Q et R les points de coordonnées $\mathrm{O}(0;0)$, $\mathrm{P}(0;5)$, $\mathrm{Q}(2;5)$ et $\mathrm{R}\left(0;\mathrm{e}^2\right)$.

(Voir la représentation ci-dessous).

1) Détermination d'un encadrement de l'aire $\mathcal{A}$:

a. Montrer par le calcul que le point Q appartient à la droite Δ et à la courbe Γ, et que la courbe Γ coupe l'axe des ordonnées au point R.

b. Calculer, en unités d'aire, la valeur exacte des aires de chacun des triangles OPQ et OQR. En déduire un encadrement de l'aire $\mathcal{A}$ en unités d'aire.

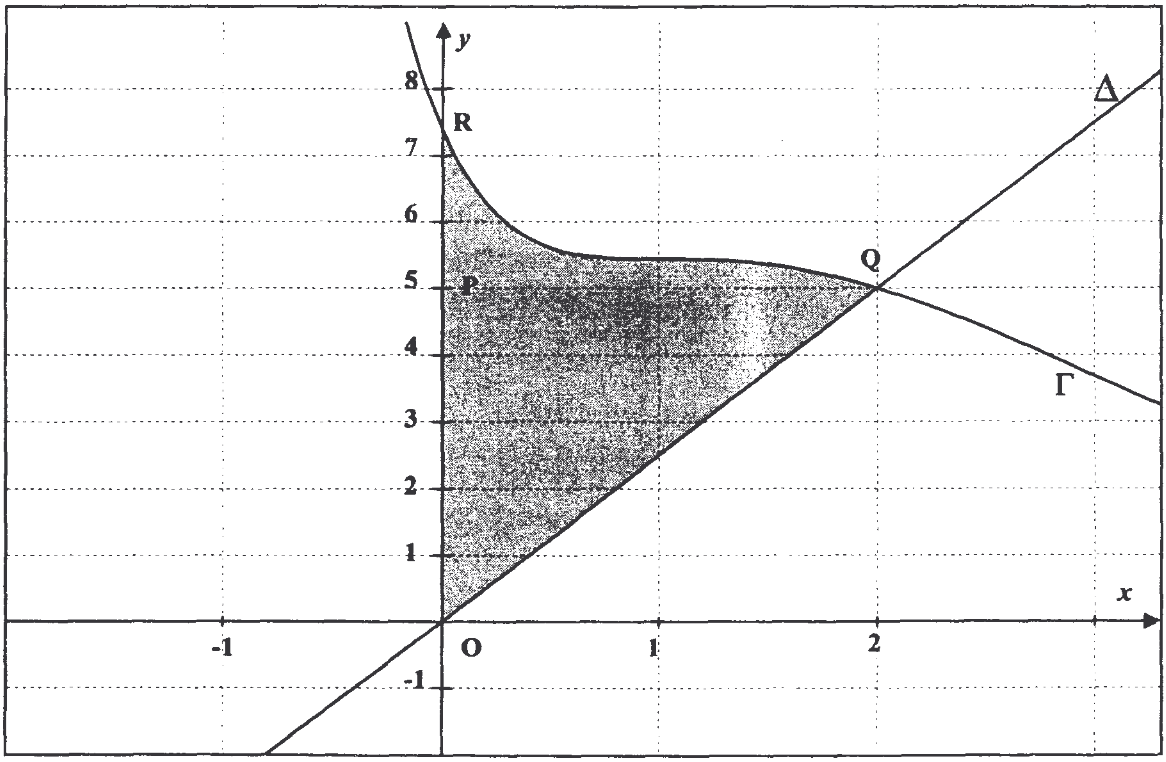
2) Calcul de la valeur exacte de l'aire $\mathcal{A}$:

a. Exprimer l'aire $\mathcal{A}$ à l'aide d'une expression faisant intervenir une intégrale.

b. Soit G la fonction définie pour tout x élément de $\mathbf{R}$ par $G(x)=\left(-x^2-2x-3\right)e^{-x+2}$.

On note G' la fonction dérivée de G sur $\mathbf{R}$.
Pour tout x élément de $\mathbf{R}$, calculer $G'(x)$ en donnant les détails du calcul.
En déduire une primitive de la fonction f sur $\mathbf{R}$.

c. Déterminer la valeur exacte de $\mathcal{A}$. En donner une valeur approchée arrondie au centième.



FORMULAIRE

- L'aire d'un triangle est donnée par : $\text{Aire}=\dfrac{\text{Base} \times \text{Hauteur}}{2}$.
- La dérivée d'un produit de fonctions (sur les intervalles convenables) : $(uv)'=u'v+uv'$.

EXERCICE 3 (*5 points*)
Commun à tous les candidats

On considère la courbe donnée en **ANNEXE 2**, représentative d'une fonction g définie et dérivable sur l'intervalle $\mathrm{I} =]0\,;21]$.
L'**ANNEXE 2** est à rendre avec la copie.

La droite tracée sur le graphique est tangente à la courbe au point d'abscisse 1 et passe par l'origine.
On prendra 7,4 comme valeur approchée du réel de l'intervalle I pour lequel g atteint son maximum.

1) On note g' la fonction dérivée de la fonction g sur l'intervalle I.
Utiliser le graphique pour donner les valeurs de $g(1)$ et $g'(1)$.
(Aucune justification n'est demandée).

2) Résoudre graphiquement dans l'intervalle I les trois inéquations ci-dessous (les valeurs lues sur le graphique seront données à 10^{-1} près).
Aucune justification n'est demandée, mais pour l'inéquation (3) les éléments graphiques utiles seront portés sur la courbe de l'**ANNEXE 2** :

$$(1) : g(x) \geq 0$$
$$(2) : g'(x) \geq 0$$
$$(3) : g(x) < x.$$

3) On admet que pour tout x de l'intervalle I, $g(x) = -4 + ax(3 - b\ln x)$ où a et b sont deux nombres réels. On veut calculer a et b.

a. Montrer que tout x élément de l'intervalle I :

$$g'(x) = a[3 - b(1 + \ln x)].$$

Exposer le détail des calculs.

b. À l'aide des valeurs de $g(1)$ et $g'(1)$ obtenues à la question **1)**, calculer a et b.

EXERCICE 4 (*5 points*)
Commun à tous les candidats

La subvention accordée par une entreprise à son club sportif était de 3000 € pour l'année 1998.
Depuis 1998, l'évolution de la subvention en pourcentage d'une année à l'autre est celle décrite dans le tableau ci-dessous :

Année	1999	2000	2001	2002	2003
Evolution en pourcentage	+ 17 %	+ 15 %	+ 10 %	+ 9 %	+ 6 %

Par exemple, le taux d'évolution de la subvention de 2000 *à* 2001 *est de* 10 %.

1) **a.** Calculer, pour chacune des années, le montant de la subvention attribuée (en euros). Les résultats seront arrondis à l'unité.

b. Le responsable sportif se plaint d'une diminution continuelle des subventions depuis l'année 1999. Quelle confusion fait-il ?

2) On admet que le montant de la subvention en 2003 est de 5130 €.

a. Calculer le pourcentage de diminution ou d'augmentation de la subvention de 1998 à 2003.

b. Si le taux d'évolution de la subvention d'une année à l'autre était fixe et égal à t %, quelle serait la valeur de t arrondie à 10^{-3} près qui donnerait la même augmentation de la subvention entre 1998 et 2003 ?

c. Avec ce même taux d'évolution t, quelle serait la subvention, arrondie à l'unité, en 2004 ?

ANNEXE 1
Exercice 1
À rendre avec la copie

Pour chacune des questions ci-dessous, une seule des réponses proposées est exacte. On demande de cocher cette réponse.
Une bonne réponse rapporte 0,5 point. Une mauvaise réponse enlève 0,25 point. L'absence de réponse n'apporte ni n'enlève aucun point.
Si le total des points est négatif, la note globale attribuée à l'exercice est 0.

QUESTIONS	RÉPONSES
Pour les trois premières questions, A et B sont des événements associés à une expérience aléatoire.	
1) Si B est l'événement contraire de A, alors	❑ $p(A)=1+p(B)$ ❑ $p(A)=1-p(B)$ ❑ $p(A)=p(B)$
2) Si A et B sont deux événements indépendants et $p(A)\neq 0$, alors	❑ $A\cap B=\varnothing$ ❑ $p(A\cup B)=p(A).p(B)$ ❑ $p_A(B)=p(B)$
3) Si A et B sont deux événements incompatibles alors	❑ $p(A\cup B)=p(A)+p(B)$ ❑ $p(A)=1-p(B)$ ❑ $p(A\cap B)=1$
4) Soit a un nombre réel strictement positif. $\lim\limits_{x\to-\infty}\ln(-ax+5)=$	❑ $-\infty$ ❑ 0 ❑ $+\infty$
5) La représentation graphique de la fonction logarithme népérien admet	❑ une asymptote verticale ❑ une asymptote horizontale ❑ une tangente horizontale
6) $e^{\ln x}=x$ pour tout x appartenant à	❑ **R** ❑ $]0\,;+\infty[$ ❑ $[0\,;+\infty[$
7) Soit un réel a. $\ln\left(e^{a}\right)-2e+\ln(1)=$	❑ $e^{a}-2e+e$ ❑ $e^{a}-2e$ ❑ $a-2e$
8) Soient a et b des réels strictement positifs. $e^{\ln a}+e^{-\ln b}=$	❑ $-ab$ ❑ $a-b$ ❑ $\dfrac{ab+1}{b}$
9) Une primitive de la fonction logarithme népérien sur $]0\,;+\infty[$ est :	❑ $x\mapsto\dfrac{1}{\ln x}$ ❑ $x\mapsto x\times\ln x-x+3$ ❑ $x\mapsto\ln\left(\dfrac{1}{x}\right)-2$
10) Pour tout réel x strictement inférieur à 1, $\ln(1-x)>1$ est équivalent à :	❑ $x<1$ ❑ $x<1-e$ ❑ $x>e$

ANNEXE 2
Exercice 3
À rendre avec la copie