Baccalauréat ES Nouvelle-Calédonie avril 2004

EXERCICE 1 **5 points**

Dans cet exercice, tous les résultats seront donnés, si besoin, à 10^{-3} près.

Dans un centre de vacances, on propose aux touristes deux activités sportives : le golf et le tennis. Sur les 240 personnes du centre, 126 font du tennis, 72 font du golf et les autres ne font pas de sport. Parmi les golfeurs, 30 pratiquent aussi le tennis.

1. On interroge une personne prise au hasard. Calculer les probabilités d'avoir choisi :

- **a.** une personne faisant du golf.
- **b.** une personne faisant un seul des deux sports.

2. On interroge une personne prise au hasard et on constate qu'elle fait du golf. Calculer la probabilité qu'elle fasse aussi du tennis.

3. On sait que $2/3$ des touristes qui font du golf ont moins de 40 ans et que $62,5\%$ des touristes qui ne font pas de golf ont 40 ans et plus.

- **a.** On interroge une personne prise au hasard. Calculer la probabilité qu'elle ait moins de 40 ans.
- **b.** On interroge une personne de moins de 40 ans. Calculer la probabilité qu'elle fasse du golf.

4. On considère un groupe important de touristes pour lesquels la probabilité qu'une personne joue au golf est de 0,3. On interroge trois personnes de ce groupe prises au hasard et on suppose que ces trois personnes sont choisies indépendamment les unes des autres.

Calculer la probabilité qu'une seule des trois personnes fasse du golf.

EXERCICE 2 **5 points**

Enseignement obligatoire

Dans cet exercice, les détails des calculs statistiques ne sont pas demandés.

Le graphique demandé sera fait sur la feuille de papier millimétré qui est fournie.

Chaque année, au mois de septembre, un château ouvre ses jardins au public pendant un week-end. Le tableau suivant donne l'évolution du nombre des visiteurs de 1995 à 2002.

Année	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002
Rang x_i de l'année	1	2	3	4	5	6	7	8
Nombre y_i de visiteurs	733	910	1 053	1 350	1 619	2 154	2 440	3 112

1. Le plan est rapporté à un repère orthogonal. Sur l'axe des abscisses, 2 cm représentent une année. Sur l'axe des ordonnées, 1 cm représente 200 visiteurs.

Représenter, sur une feuille de papier millimétré, le nuage de points associé à la série statistique $(x_i\ ;\ y_i)$.

2. En première approximation, on ajuste le nuage par la droite $\mathscr{D}$ passant par les points associés aux années 1996 et 2001.

- **a.** Construire la droite $\mathscr{D}$ sur le graphique précédent.

b. Déterminer l'équation réduite de la droite $\mathcal{D}$.

c. En utilisant cet ajustement, donner une estimation du nombre de visiteurs pour l'année 2003.

3. L'allure du nuage permet d'envisager un ajustement exponentiel. On pose $z_i = \ln(y_i)$.

a. Recopier et compléter le tableau suivant en arrondissant les résultats à 10^{-3} près.

Rang x_i de l'année	1	2	3	4	5	6	7	8
$z_i = \ln(y_i)$	6,597	6,813						

b. Donner l'équation réduite de la droite d'ajustement affine de z en x par la méthode des moindres carrés. Les coefficients seront arrondis à 10^{-3} près.

c. En déduire un ajustement exponentiel de la forme $y = \alpha e^{\beta x}$.

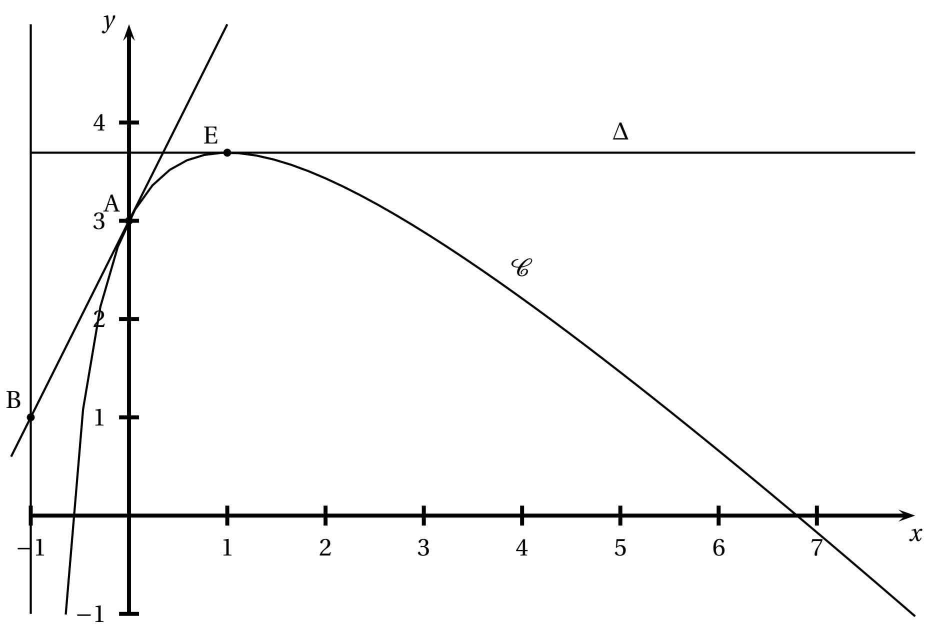
d. En utilisant cet ajustement, donner une estimation du nombre de visiteurs pour l'année 2003. Le résultat sera arrondi à l'entier près.

4. Lequel de ces deux ajustements (celui de la **question 2.** ou celui de la **question 3.** semble le meilleur ?

Problème **12 points**

Partie A

Le plan est rapporté à un repère orthonormal.
Sur la figure ci-dessous, la courbe $\mathcal{C}$ représente une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $]-1\,;\,+\infty[$.
On a construit les points A(0 ; 3), B(−1 ; 1) et E(1 ; 3+ln 2). La droite (AB) est tangente en A à la courbe et la droite Δ est tangente en E à la courbe $\mathcal{C}$.



1. À partir des informations ci-dessus, donner :

a. une équation de la droite (AB).

b. les valeurs des nombres réels $f(0)$, $f'(0)$, $f(1)$ et $f'(1)$.

c. le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 1$.

d. le tableau des variations de f.

2. On admet que la fonction f est définie sur $]-1\ ;\ +\infty[$ par :

$$f(x) = ax + 5 + \frac{b}{x+1} + \ln(x+1),$$

où a et b sont des nombres réels. Calculer les nombres a et b à partir de $f(0)$ et $f(1)$.

Partie B

On admet que la fonction f est définie sur $]-1\ ;\ +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{-x^2 + 4x + 3}{x+1} + \ln(x+1).$$

1. Déterminer la limite de f en -1.

En donner une interprétation graphique.

2. **a.** Montrer que $f'(x) = \dfrac{-x^2 - x + 2}{(x+1)^2}$.

b. Étudier le signe de $f'(x)$.

c. Le résultat est-il cohérent avec le tableau donné dans la **partie A** à la question **1. d.** ?

3. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution sur $[0\ ;\ +\infty[$. Donner une valeur approchée de cette solution à 10^{-3} près.

4. **a.** Dire pourquoi $\left(5 - x - \dfrac{2}{x+1} + \ln(x+1)\right)$ est une autre écriture de $f(x)$.

b. Calculer la dérivée de la fonction g définie sur $]-1\ ;\ +\infty[$ par :

$$g(x) = (x+1)\ln(x+1) - x.$$

En déduire une primitive de la fonction f sur l'intervalle $]-1\ ;\ +\infty[$.

c. Calculer $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$. En donner une interprétation graphique.