

Baccalauréat L Amérique du Nord juin 2004

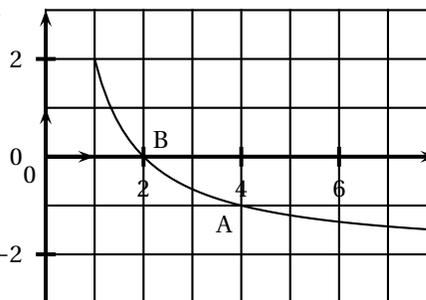
Les exercices 1 et 2 sont obligatoires.
Le troisième exercice est à choisir parmi les exercices 3 et 4.

EXERCICE 1

7 points

Partie I

Soit f une fonction définie sur l'intervalle $[1; 8]$, strictement décroissante, dont la représentation graphique \mathcal{C} dans un repère orthonormal est donnée ci-contre. La courbe \mathcal{C} contient les points $A(1; 2)$, $B(2; 0)$ et $C(4; -1)$.



1. En utilisant la représentation graphique, donner, suivant les valeurs de x , le signe de $f(x)$.
2. On suppose que, pour tout x de l'intervalle $[1; 8]$ $f(x) = -2 + \frac{4}{x}$. Retrouver par le calcul, le résultat du 1.

Partie II

On considère la fonction F définie sur l'intervalle $[1; 8]$ par :

$$F(x) = 5 - 2x + 4 \ln(x).$$

1. Montrer que F a pour dérivée la fonction f de la **partie I**.
2. Étudier les variations de la fonction F sur l'intervalle $[1; 8]$, puis dresser son tableau de variations.
3. \mathcal{C}_F désigne la courbe représentative de la fonction F dans un repère orthogonal d'unités graphiques : en abscisses 1 cm, en ordonnées 2 cm.
 - a. Soit la droite Δ , tangente à la courbe \mathcal{C}_F en son point d'abscisse 1. Montrer que le coefficient directeur de la droite Δ est égal à 2.
 - b. Tracer la courbe \mathcal{C}_F et la droite Δ .

Formulaire : La dérivée de la fonction \ln sur l'intervalle $]0; +\infty[$ est la fonction qui, à x , associe $\frac{1}{x}$.

EXERCICE 2

7 points

Un directeur de société engage un jeune technicien et lui propose deux types de rémunération à partir du 1^{er} janvier 2000.

1. Premier type de rémunération

Pour cette première année 2000, il percevra 22 400 euros, puis une augmentation annuelle constante de 750 euros.

On note u_0 le salaire en euros pour l'année 2000, u_1 , le salaire en euros pour l'année 2001, et d'une manière générale u_n le salaire en euros pour l'année $2000 + n$ (pour n entier naturel).

- a. Calculer les salaires annuels u_1 , pour l'année 2001 et u_2 pour l'année 2002.
- b. Préciser la nature de la suite (u_n) en indiquant sa raison.
- c. Montrer que $u_n = 22\,400 + 750n$.

2. Deuxième type de rémunération

Pour l'année 2000, il percevra aussi 22 400 euros, mais ensuite chaque année une augmentation de 3 % par rapport à l'année précédente. Dans ce cas, on note v_n le montant en euros de la rémunération pour l'année 2000 + n (pour n entier naturel).

- a. Calculer les salaires annuels v_1 , pour l'année 2001 et v_2 pour l'année 2002.
- b. Montrer que $v_{n+1} = 1,03v_n$ pour tout n . En déduire la nature de la suite (v_n) .
- c. En déduire l'expression de v_n en fonction de n .

3. Comparaison

- a. Calculer dans chacun des deux cas le salaire annuel pour l'année 2008.
- b. Pour cette année 2008, préciser le type de rémunération le plus avantageux.

EXERCICE 3 AU CHOIX**6 points**

Une urne contient cinq boules bleues, numérotées de 1 à 5, quatre boules vertes numérotées de 1 à 4 et une boule rouge portant le numéro 1.

Ces boules étant indiscernables au toucher, dans chacune des deux parties, les différentes éventualités sont équiprobables.

Note : Les probabilités demandées seront présentées sous forme de fractions irréductibles.

Partie 1 : Tirages simultanés

On tire simultanément deux boules

1. Calculer le nombre de tirages possibles.
2. Calculer la probabilité d'obtenir deux boules vertes.
3. Calculer la probabilité d'obtenir deux boules de la même couleur.
4. Calculer la probabilité d'obtenir au moins une boule bleue.

Partie 2 : Tirages successifs

On tire une boule, on note son numéro, puis sans remettre cette première boule tirée dans l'urne, on tire une autre boule et on note aussi son numéro. Avec ces deux numéros ainsi obtenus on forme un entier naturel comportant deux chiffres. Le premier numéro tiré est pris comme chiffre des dizaines et le second comme chiffre des unités.

1. Calculer le nombre de tirages possibles.
2. Calculer la probabilité d'obtenir l'entier 24.

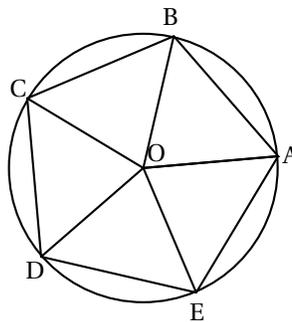
EXERCICE 4 AU CHOIX

6 points

Le but de l'exercice est de construire un pentagone régulier ABCDE inscrit dans un cercle de centre O. On rappelle que, dans ce cas, les angles géométriques \widehat{AOB} , \widehat{BOC} , \widehat{COD} , \widehat{DOE} et \widehat{EOA} ont tous pour mesure 72° .

Toutes les constructions demandées seront effectuées à la règle et au compas sur la feuille annexe (à rendre avec la copie) si l'exercice 4 est choisi. Laisser les traits de construction apparents.

MON (donné en annexe) est un triangle rectangle isocèle en M. Les segments [OM] et [MN] ont pour longueur l'unité.



1. Construire, à la règle et au compas, sur la feuille annexe (à rendre avec la copie si l'exercice 4 est choisi) :
 - a. la médiatrice Δ du segment [OM] (on appelle I le milieu de [OM]) ;
 - b. le point A, intersection du cercle de centre I passant par N avec la demi-droite [OM).
2.
 - a. Calculer IN.
 - b. En déduire que $OA = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$.
3.
 - a. Tracer le cercle de centre O passant par A. Placer les points B et E, intersections de ce cercle avec la médiatrice Δ .
On admet que l'angle \widehat{IOB} a pour mesure 72° .
 - b. En déduire que les points A, B et E sont trois sommets d'un pentagone régulier ABCDE inscrit dans le cercle de centre O dont on achèvera la construction.

Annexe à rendre avec la copie (si l'exercice 4 est choisi)

