CORRIGE

Ces éléments de correction n'ont qu'une valeur indicative. Ils ne peuvent en aucun cas engager la responsabilité des autorités académiques, chaque jury est souverain.

	BACCALAUREAT GENERAL	
Série	ES	SESSION 2005
Epreuve	MATHEMATIQUES	Durée : 3h
Coef : 5 (obligatoire) 7 (Spécialité)	**RECOMMANDATIONS DE CORRECTION**	

Question	Réponse	Points	Commentaires
	Exercice 1 (3 points) **Commun à tous les candidats**		
1)	☒ 4		
2)	☒ $f'(0)=0$		(+0,5 point) par bonne réponse. (- 0,25 point) par mauvaise réponse. RQ : (- 0,25 point) si deux ou trois réponses sont cochées. Si le total est négatif, la note est ramenée à 0.
3)	☒ $y=1$		
4)	☒ admet une solution unique appartenant à l'intervalle $]1;2[$.		
5)	☒ $g(x)=0$		
6)	☒ g a les mêmes variations que la fonction f.		

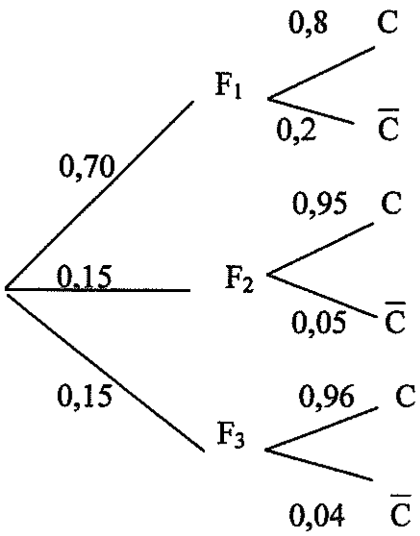
Question	Réponse	Points	Commentaires
	Exercice 2 (5 points) **Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité**		
1)	Augmentation : 220 euros. $\frac{220}{2229} \simeq 0,098$. Augmentation en pourcentage arrondi à l'unité : 10 %.		
2)	Schéma comportant les cinq points et respectant les unités indiquées.		
3)	• $y = ax + b$ avec $a = 54,9$ $b = 2229,6$ • Tracé de la droite (D) dans le repère.		
4)	$x = 6$ $y = 6a + b = 2559$ Montant de rachat d'un trimestre à 60 ans : 2559 euros.		
5)	Le montant cherché s'obtient par : $2555 \times (0,97)^5 \simeq 2194$ arrondi à l'unité Montant de rachat d'un trimestre à 65 ans : 2194 euros.		

Question	Réponse	Points	Commentaires
	Exercice 2 (5 points) **Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité**		
A – 1)	$u_1 = 4000 + (1,05u_0) = 109\,000$ $u_2 = 4000 + (1,05u_1) = 118\,450$		
A – 2)	L'augmentation de 5% par an liée aux naissances et aux décès se traduit par : $1,05u_n$. L'apport de 4000 personnes supplémentaires par an correspond à : + 4000. D'où : $u_{n+1} = 1,05u_n + 4000$.		
A – 3)	**a)** $v_0 = 180\,000$. **b)** Calcul détaillé aboutissant à : $v_{n+1} = 1,05v_n$. (v_n) est une suite géométrique de premier terme v_0 et raison 1,05. **c)** $v_n = (1,05)^n v_0 = 180\,000 \times (1,05)^n$. $u_n = v_n - 80\,000 = 180\,000 \times (1,05)^n - 80\,000$. **d)** $1,05 > 1$ donc : $\lim\limits_{n \to +\infty} (1,05)^n = +\infty$. D'où : $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = +\infty$.		
B – 1)	On cherche u_{15}. $u_{15} \approx 294\,207$ (arrondi à l'unité). La ville aura 294 207 habitants au 1er janvier 2020.		
2)	On cherche le plus petit n tel que : $u_n > 200\,000$, - soit en résolvant cette inéquation, ce qui mène à : $n > \dfrac{\ln(\frac{14}{9})}{\ln(1,05)}$ et $\dfrac{\ln(\frac{14}{9})}{\ln(1,05)} \approx 9,05$ donc $n \geq 10$. - soit en calculant u_n pour les valeurs successives de n jusqu'à ce que : $u_n > 200\,000$. Réponse : $n = 10$ C'est donc à partir de l'année 2015 que la population de la ville dépassera 200 000 habitants.		

<table>
<tr><th>Question</th><th>Réponse</th><th>Points</th><th>Commentaires</th></tr>
<tr><td></td><td><u>Exercice 3 (7 points)</u>
Commun à tous les candidats</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>1)</td><td>$\lim\limits_{x\to+\infty} -0,5x = -\infty$ et $\lim\limits_{X\to-\infty} e^{X} = 0$.
Donc $\lim\limits_{x\to+\infty} e^{-0,5x} = 0$.
(Ou : $\lim\limits_{x\to+\infty} e^{-0,5x} = \lim\limits_{X\to-\infty} e^{X} = 0$)

• $\lim\limits_{x\to+\infty} x-2 = +\infty$.
• D'où : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>2)</td><td>a) $f(x) = \alpha - 2 \quad +10e^{-0,5\alpha}$
$e^{-0,5\alpha} = e^{-\ln 5} = \frac{1}{e^{\ln 5}} = \frac{1}{5}$.
D'où : $f(\alpha) = \alpha - 2 + \frac{10}{5} = \alpha$.
b) $\alpha \simeq 3,2$ arrondi au dixième.</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>3)</td><td>a) $f'(x) = 1 - 5e^{-0,5x}$
b) Résolution de $f'(x) = 0$ aboutissant à $x = \alpha$
• Résolution de $f'(x) > 0$ aboutissant à $x > \alpha$
• Tableau :
<table>
<tr><td>x</td><td>0</td><td></td><td>α</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>$f'(x)$</td><td></td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td></td></tr>
<tr><td>$f(x)$</td><td>8</td><td>$\searrow$</td><td>α</td><td>$\nearrow$</td><td>$+\infty$</td></tr>
</table></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>4)</td><td>$f(x) - (x-2) = 10e^{-0,5x}$
$\lim\limits_{x\to+\infty} 10e^{-0,5x} = 0$ (d'après le 1))
donc : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) - (x-2) = 0$.</td><td></td><td></td></tr>
</table>

	• $10e^{-0,5x} > 0$ car toute exponentielle est positive. Donc : $f(x)-(x-2)>0$. • Interprétation graphique : la droite (D) d'équation $y=x-2$ est asymptote à la courbe (C) en $+\infty$ et (C) est au dessus de (D) en chacun de ses points.		
5)	**a)** Tracé de la droite d'équation $y=x$ et du point d'abscisse α, intersection de cette droite et de (C), ou bien utilisation de la valeur approchée de α pour la construction du point de la courbe d'abscisse α. **b)** Tangente parallèle à l'axe des abscisses. **c)** Tracé de (D) d'équation $y=x-2$.		
6) a)	- E correctement hachuré sur l'annexe 2. - Calcul de A, considérée comme l'aire sous la courbe de la fonction positive f, sur $[2;6]$, diminuée de l'aire d'un triangle : par exemple : $A=\int_2^6 f(x)dx-8$. ***ou*** Calcul de A comme l'aire comprise entre la courbe de f et celle de $(x \mapsto x-2)$ sur $[2;6]$: $A=\int_2^6 (f(x)-(x-2))dx$, suivi éventuellement de : $A=\int_2^6 10e^{-0,5x}dx$		
6) b)	$A=[\frac{x^2}{2}-2x-20e^{-0,5x}]_2^6-8=...=20e^{-1}-20e^{-3}$ ***ou*** $A=[-20e^{-0,5x}]_2^6=20e^{-1}-20e^{-3}$ $A \approx 6,36$ arrondi au centième. Le domaine E a pour aire : 6,36 unités d'aire, arrondie au centième.		

Question	Réponse	Points	Commentaires
	<u>Exercice 4 (5 points)</u> **Commun à tous les candidats**		
1)	15% des pommes proviennent du deuxième producteur donc : $p(F_2)=0{,}15\cdot$ De même : $p(F_3)=0{,}15\cdot$		
2)	 		On n'attend pas d'explications.
3)	On cherche $p(F_3 \text{ et } C)\cdot$ 1$^{\text{ère}}$ réponse possible : $p(F_3 \text{ et } C)=p(F_3)\times p_{F_3}(C)=0{,}15\times 0{,}96=0{,}144$ 2$^{\text{ème}}$ réponse possible : d'après l'arbre : $p(F_3 \text{ et } C)=0{,}15\times 0{,}96=0{,}144$		
4)	On cherche $p(C)\cdot$ $p(C)=p(F_1 \text{ et } C)+p(F_2 \text{ et } C)+p(F_3 \text{ et } C)$ Par l'une ou l'autre des méthodes évoquées au 3) on trouve : $p(F_1 \text{ et } C)=0{,}7\times 0{,}8=0{,}56$ $p(F_2 \text{ et } C)=0{,}15\times 0{,}95=0{,}1425$ D'où $p(C)=0{,}56+0{,}1425+0{,}144=0{,}8465$		

5)	C'est le calcul de la probabilité de F_1 sachant $\overline{C}$ qui permet de justifier l'affirmation. $p_{\overline{C}}(F_1) = \dfrac{p(\overline{C} \text{ et } F_1)}{p(\overline{\text{C}})}$ $p(\overline{C} \text{ et } F_1) = 0,7 \times 0,2 = 0,14$ par l'une ou l'autre des méthodes évoquées au **3)**. $p(\overline{C}) = 1 - p(C) = 0,1535$ (d'après **4)**). $p_{\overline{C}}(F_1) = \dfrac{0,14}{0,1535} \simeq 0,9121$ arrondi au dix millième. Conclusion : il y a 91,21% de chances pour que cette pomme provienne du premier producteur, donc l'affirmation du contrôleur est correcte. (ou toute autre affirmation exacte, comme par exemple : « il y a 9 chances sur 10…, donc,… »).		