Baccalauréat ES Polynésie 9 juin 2005

EXERCICE 1 **6 points**

Commun à tous les candidats

Une entreprise étudie la progression de ses bénéfices ou pertes, évalués au premier janvier de chaque année, depuis le 1er janvier 1999. Chaque année est identifiée par son rang.

À l'année 1999 est attribué le rang 0 et à l'année $1999+n$ le rang n ; ainsi 2001 a le rang 2.

Le tableau ci-dessous indique pour chaque rang x_i d'année le bénéfice ou perte réalisé, exprimé en milliers d'euros et noté y_i.

x_i	0	1	2	3	4	5
y_i	$-25,000$	$-3,111$	$9,892$	$17,788$	$22,598$	$25,566$

On cherche à approcher ces bénéfices par une fonction.

Soit f la fonction définie sur $[0\,;\,+\infty[$ par

$$f(x) = -\mathrm{e}^{\left(-\frac{x}{2}+4\right)} + 30.$$

On note $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthonormal $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ d'unités graphiques 1 cm pour une unité en abscisses et 1 cm pour 4 unités en ordonnées.

1. On considère que l'approximation des bénéfices par f est satisfaisante si la somme des carrés des écarts entre les valeurs observées y_i et les valeurs approchées $f(x_i)$ est inférieure à $0,5$.

   L'approximation par f est-elle satisfaisante ? (Le résultat obtenu à l'aide de la calculatrice constituera une justification acceptable pour cette question.)

2. **a.** Déterminer la limite de f en $+\infty$.

   b. En déduire que $\mathscr{C}_f$ admet une asymptote D dont on précisera l'équation.

   c. Étudier la position de $\mathscr{C}_f$ par rapport à D.

3. **a.** Étudier les variations de f sur $[0\,;\,+\infty[$ et dresser le tableau de variations.

   b. Déterminer le coefficient directeur de la tangente T à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 0.

4. **a.** En utilisant le modèle que constitue la fonction f, en quelle année le bénéfice évalué au 1er janvier dépassera-t-il 29 800 euros ?

   b. Ce bénéfice atteindra-t-il 30 000 euros ? Justifier.

5. Construire $\mathscr{C}_f$, en faisant apparaître tous les éléments graphiques mis en évidence dans les questions précédentes.

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Une urne contient des jetons bleus, des jetons blancs et des jetons rouges.

10 % des jetons sont bleus et il y a trois fois plus de jetons blancs que de jetons bleus.

Un joueur tire un jeton au hasard.

- S'il est rouge, il remporte le gain de base.
- S'il est blanc, il remporte le carré du gain de base.
- S'il est bleu, il perd le cube du gain de base.

1. On suppose que le gain de base est 2 euros.

   a. Déterminer la loi de probabilité sur l'ensemble des résultats possibles.

b. Calculer le gain moyen que l'on peut espérer réaliser sur un grand nombre de tirages.

2. On cherche à déterminer la valeur g_0 du gain de base, telle que le gain moyen réalisé sur un grand nombre de tirages soit maximal. Le résultat sera arrondi au centime d'euro.

Soit x le gain de base en euros.

a. Montrer que le problème posé revient à étudier les éventuels extremums de la fonction f définie sur $[0\,;\,+\infty[$ par

$$f(x) = -0,1x^3 + 0,3x^2 + 0,6x.$$

b. On désigne par f' la fonction dérivée de f sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$. Déterminer $f'(x)$.

c. En déduire le sens de variation de f sur $[0\,;\,+\infty[$.

d. Conclure sur le problème posé.

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

L'espace est muni d'un repère orthonormal $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath},\ \vec{k}\right)$.

La figure de l'annexe représente un pavé droit ; le point O est le milieu de [AD].

Soit P le milieu du segment [EF].

1. **a.** Quel ensemble de points de l'espace a pour équation $z = 2$?

b. Déterminer une équation du plan (ABF).

c. En déduire un système d'équations qui caractérise la droite (EF).

2. **a.** Quelles sont les coordonnées des points A, G et P ?

b. Placer sur la figure le point Q de coordonnées (0 ; 0,5 ; 0).

c. Déterminer une équation cartésienne du plan (APQ).

3. **a.** Construire sur la figure les segments [PQ] et [AG].

b. Le point G appartient-il au plan (APQ) ? Justifier.

4. On construit la figure précédente à l'aide d'un logiciel de géométrie, puis on demande au logiciel de représenter le point d'intersection des droites (AG) et (PQ). Quelle pourrait être la réponse de l'ordinateur ?

EXERCICE 3 **4 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples ; pour chacune des quatre questions, une et une seule affirmation est exacte.

Indiquez sur votre copie le numéro de la question et recopiez l'affirmation exacte ; aucune justification n'est demandée sauf pour la question 4.

Barème des trois premières questions :

À chaque question est attribué 1 *point.*

Une réponse inexacte enlève 0,5 *point.*

Une question sans réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.

Si le total des points est négatif, la note attribuée à l'exercice est ramenée à zéro.

1. Soient A et B deux évènements. Il est possible que :

- $p(\text{A}) = 0,8$ et $p(\text{B}) = 0,4$ et $p(\text{A} \cap \text{B}) = 0,1$.
- $p(\text{A}) = 0,7$ et $p(\text{B}) = 0,5$ et $p(\text{A} \cap \text{B}) = 0,2$.
- $p(\text{A}) = 0,8$ et $p(\text{B}) = 0,9$ et $p(\text{A} \cap \text{B}) = -0,1$.

2. Soient A et B deux évènements indépendants tels que p(A) = 0,3 et p(B) = 0,2. Alors :
   - $p(\mathrm{A} \cap \mathrm{B}) = 0,5$.
   - Les informations précédentes ne suffisent pas à calculer $p(\mathrm{A} \cap \mathrm{B})$.
   - $p(\mathrm{A} \cap \mathrm{B}) = 0,06$.
3. Si A et B sont deux évènements incompatibles mais non impossibles, alors A et B sont indépendants.
   - Cette affirmation est vraie.
   - Cette affirmation est fausse.
   - On ne peut pas savoir.
4. On justifiera soigneusement la réponse à cette question.

   On répète quatre fois de manière indépendante une expérience aléatoire dont la probabilité de succès est 0,35. Alors la probabilité d'obtenir au moins un succès est :
   - environ 0,015.
   - environ 0,821.
   - environ 0,985.

EXERCICE 4 **5 points**

Commun à tous les candidats

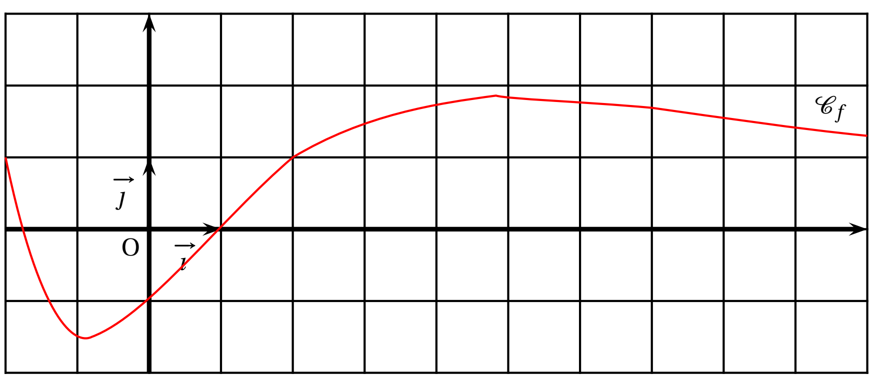
Soit f une fonction définie et dérivable sur $[-2\,;\,10]$. La courbe $\mathscr{C}_f$ ci-dessous est la représentation graphique de la fonction f dans un repère orthonormal.

On précise que le point d'abscisse 4,83 de $\mathscr{C}_f$ a pour ordonnée 1,86 et que cette valeur est le maximum de la fonction f.

On note $\mathscr{C}_F$ la courbe représentative de la primitive F de f qui s'annule en 1. On précise que le point A (5 ; 5,43) appartient à $\mathscr{C}_F$.

On note $\mathscr{C}_{f'}$ la courbe représentative de la fonction dérivée f' de f.

Toutes les estimations graphiques seront données à 0,25 près. Les résultats des calculs numériques seront arrondis à 10^{-2}.



1. **a.** Déterminer graphiquement sur quel(s) intervalle(s) $\mathscr{C}_{f'}$ est située en dessous de l'axe des abscisses.

   b. Déterminer, en justifiant, l'équation réduite de la tangente à $\mathscr{C}_F$ en A.

   c. Préciser, en justifiant, le sens de variation de F sur l'intervalle $[-2\,;\,10]$.

2. **a.** Déterminer $\displaystyle\int_1^5 f(t)\,\mathrm{d}t$.

   b. Rappeler la formule de la valeur moyenne d'une fonction sur un intervalle $[a\,;b]$ et donner une interprétation de cette notion dans le cas où f est positive.

   c. Donner la valeur moyenne de f sur l'intervalle $[1\,;5]$.

Annexe à rendre avec la copie

Exercice 2 (spécialité)