BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

SESSION 2005

MATHÉMATIQUES

SÉRIE ES

Durée de l'épreuve : 3 heures **Coefficient : 7**

SPÉCIALITÉ

Ce sujet comporte 6 pages dont 1 feuille DOCUMENT RÉPONSE.

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée

Le candidat doit traiter les quatre exercices.
La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

La feuille DOCUMENT RÉPONSE est à rendre avec la copie.

Note importante :

Dès que le sujet de l'épreuve vous est remis, assurez-vous qu'il est complet, en vérifiant le nombre de pages en votre possession.

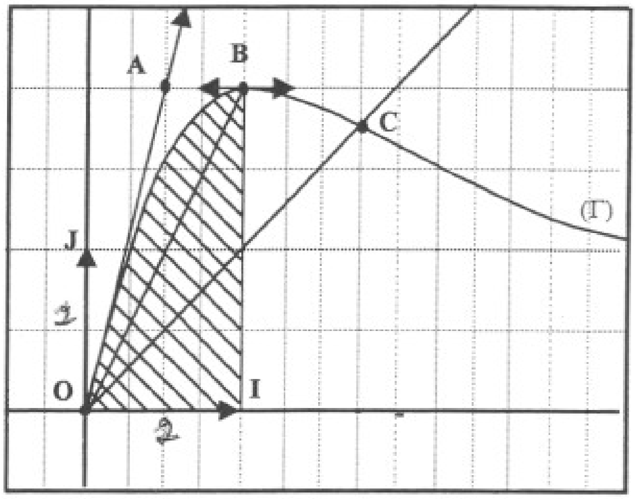
Si le sujet est incomplet, demandez en immédiatement un nouvel exemplaire aux surveillants d'épreuve.

EXERCICE 1 *(4 points)*

Commun à tous les candidats

Dans un repère orthonormal du plan $(O,\vec{i}\ ,\vec{j})$ d'unités graphiques 2 cm. la courbe (Γ), tracée ci dessous, est la représentation graphique d'une fonction g définie et dérivable sur l'intervalle [0 ; 3,5].

- I et J sont les points du plan tels que $\overrightarrow{OI} = \vec{i}$ et $\overrightarrow{OJ} = \vec{j}$.
- C est le point de (Γ) situé sur la bissectrice de l'angle $\widehat{IOJ}$.
- (OA) est la tangente en O à (Γ),
- $\mathcal{S}$ est la surface hachurée sur la figure ci-dessous :



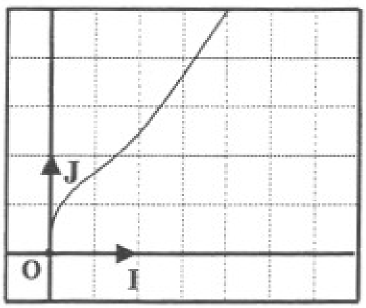
1) Par lecture graphique, répondre aux questions suivantes :
   a) Quel est le tableau de variation de g sur [0 ; 3,5] ?
   b) Quelles sont les valeurs de $g'(0)$ et de $g'(1)$?
   c) Quelles sont les coordonnées du point C ?
   d) Résoudre l'inéquation $g(x) \geq x$ sur [0 ; 3,5]

2) Définir la surface $\mathcal{S}$ par un système d'inéquations et déterminer graphiquement un encadrement de l'aire de $\mathcal{S}$ d'amplitude 2 cm².

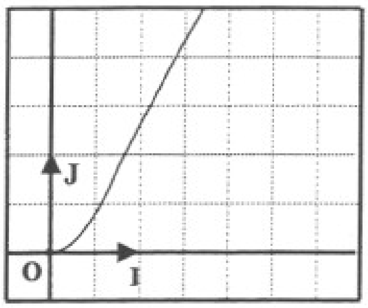
Rappel : l'aire d'un trapèze est donnée par la formule : $\mathcal{A} = \dfrac{(B + b) \times h}{2}$ *où B et b sont les bases du trapèze et h sa hauteur.*

3) On suppose que l'une des trois courbes ci-dessous est la représentation graphique de la primitive de la fonction g s'annulant en 0. En justifiant l'élimination de deux des courbes, indiquer celle qui est la représentation graphique de cette primitive.

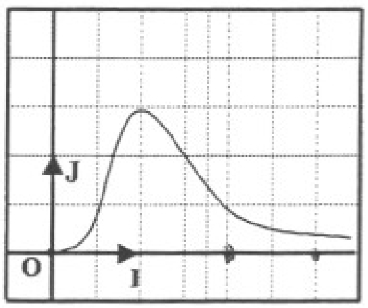
Courbe n° 1



Courbe n° 2



Courbe n° 3



EXERCICE 2 *(5 points)*

Pour les candidats ayant suivi la spécialité mathématique

Utiliser le DOCUMENT RÉPONSE DONNÉ EN ANNEXE

Dans l'espace muni d'un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on désigne par $\mathcal{S}$ l'ensemble des points $M(x, y, z)$ de l'espace tel que $z = 3xy$. On dit $\mathcal{S}$ est la surface d'équation $z = 3xy$.

Une courbe de niveau de cote z_0 est l'intersection d'un plan d'équation $z = z_0$, parallèle au plan (xOy) avec la surface $\mathcal{S}$. On définit de façon identique une courbe de niveau d'abscisse x_0 et une courbe de niveau d'ordonnée y_0.

1) Soient les courbes de niveau d'abscisse 1, d'abscisse $\frac{3}{2}$ et d'abscisse 2.

Tracer les projections orthogonales de ces courbes de niveau dans le plan (yOz) sur la *figure 1* du document réponse.

2) a) Quelle est la nature des courbes de niveau d'abscisse constante ?
b) Montrer que les courbes de niveau de cote constante non nulle sont des hyperboles.

3) Sur la *figure 2* sont représentées trois courbes C_1, C_2 et C_3 représentant les projections orthogonales dans le plan (xOy) de trois courbes de niveau de cote constante k.

Préciser, en le justifiant, la valeur de k associée à chaque courbe.

4) Le point A' représenté sur la courbe C_2 de la *figure 2* est la projection orthogonale dans le plan (xOy) d'un point $A(x, y, z)$, de la surface $\mathcal{S}$.

a) Déterminer les coordonnées du point A dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

b) Préciser les coordonnées du point A'', projeté orthogonal de A dans le plan (yOz) puis placer ce point A'' sur la *figure 1*.

5) Soit **P** le plan d'équation $3x + 6y - z - 6 = 0$.

a) Montrer que le point A appartient au plan **P**.

b) Montrer que le plan **P** contient la courbe de niveau d'abscisse 2.

c) Démontrer que l'intersection de la surface $\mathcal{S}$ et du plan **P** est la réunion de deux droites : la courbe de niveau d'abscisse 2 et une autre droite que l'on déterminera par un système d'équations cartésiennes.

On pourra utiliser la factorisation $x + 2y - xy - 2 = (x - 2)(1 - y)$.

EXERCICE 3 *(5 points)*

Commun à tous les candidats

Tableau d'informations n° 1.

x	$-\infty$		-1		$\frac{1}{2}$		2		$+\infty$
Signe de $u(x)$		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
Signe de $u'(x)$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	

Le *tableau d'informations n° 1* ci-dessus fournit des informations sur une fonction u définie et dérivable sur IR.

1) Établir un tableau des variations de la fonction u.

On considère maintenant les fonctions f et g définies par $f(x) = ln(u(x))$ et $g(x) = e^{u(x)}$ où u désigne la fonction de la question précédente.

2) a) Une des deux affirmations suivantes est fausse, laquelle ? Justifier en précisant le bon ensemble de définition :

Affirmation 1 : « La fonction f est définie sur IR »

Affirmation 2 : « La fonction g est définie sur IR »

b) Donner les variations des fonctions f et g. Énoncer le(s) théorème(s) utilisé(s).

c) Déterminer, en justifiant avec soin, $\lim\limits_{\substack{x \to 2 \\ x > 2}} f(x)$.

d) Résoudre dans IR l'équation $g(x) = 1$.

3) Voici d'autres informations relatives à la fonction u et à sa dérivée u'.

Tableau d'informations n° 2.

x	-2	0	$\frac{1}{2}$	2	3
$u(x)$	4	-2	$-\frac{9}{4}$	0	4
$u'(x)$	-5	-1	0	3	5

Terminer chacune des deux phrases a) et b) par la réponse qui vous semble exacte, *parmi celles proposées dans les cadres ci-dessous*, en justifiant votre choix.

a) La tangente à la courbe représentative de la fonction g au point d'abscisse 2 est parallèle :

• *à l'axe des abscisses*	• *à la droite d'équation* $y = x$	• *à la droite d'équation* $y = 3x$

b) Le nombre $f'(-2)$:

• *n'existe pas*	• *vaut* -20	• *vaut* $-\frac{4}{5}$	• *vaut* $-\frac{5}{4}$	• *vaut* $\frac{5}{4}$

EXERCICE 4 *(6 points)*

Commun à tous les candidats

On propose aux élèves, Quentin, Nicolas et Lucien de répondre à un Q.C.M. comportant 4 questions dont voici le barème et les instructions :

Pour chaque question, une seule des quatre propositions A, B, C ou D est exacte.

L'élève recopie sur sa feuille une grille de réponses présentée comme ci-dessous :

Question	**Réponse : A, B, C, D**
1	
2	
3	
4	

Une bonne réponse rapporte 1 point ; une mauvaise réponse enlève 0,5 point.
L'absence de réponse n'apporte ni n'enlève aucun point.
Si le total de points est négatif, la note globale attribuée à l'exercice est 0.

Les trois candidats <u>répondent correctement à la première question.</u>

1) Quentin choisit de ne pas répondre à la question n° 2 et de donner une réponse à chacune des deux dernières questions, en choisissant au hasard et de façon équiprobable, l'une des 4 réponses proposées.

   a) Quelles notes peut-il obtenir à ce Q.C.M. ?
   b) Combien de grilles différentes peut-il remplir ?
   c) Quelle probabilité a-t-il de ne faire aucune faute ?
   d) Quelle probabilité a-t-il de faire deux fautes ?
   e) Construire un tableau qui associe, à chaque total de points, sa probabilité.
   En déduire l'espérance mathématique de la note obtenue.

2) Nicolas adopte la stratégie de donner une réponse à chacune des trois dernières questions en choisissant au hasard et de façon équiprobable l'une des 4 réponses proposées.

   a) Quelles notes peut-il obtenir à ce Q.C.M. ?
   b) Combien de grilles différentes peut-il remplir ?
   c) Quelle probabilité a-t-il de ne faire aucune faute ?
   d) Quelle probabilité a-t-il de faire trois fautes ?
   e) Construire un tableau qui associe, à chaque total de points, sa probabilité.
   En déduire l'espérance mathématique de la note obtenue.

3) Lucien choisit de ne répondre à aucune des trois dernières questions.
   Classer les stratégies de Quentin, Nicolas et Lucien.