

# BACCALAUREAT GENERAL

SESSION 2007

**MATHÉMATIQUES**

SERIE : ES

**Obligatoire**

DURÉE DE L'ÉPREUVE : 3 heures - COEFFICIENT : 5

Ce sujet comporte 6 pages

*L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.*

*L'usage des formulaires de mathématiques n'est pas autorisé.*

*Le candidat doit traiter les quatre exercices.  
La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements  
entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.*

*Tournez la page S.V.P*

## EXERCICE 1 (4 points)

Commun à tous les candidats

Pour chacune des quatre questions de ce QCM, une seule réponse est exacte.

**Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.**

Une réponse exacte rapporte 1 point.

Une réponse fautive enlève 0,25 point.

L'absence de réponse n'ajoute ni n'enlève aucun point.

Une fonction  $f$  est définie et dérivable sur l'ensemble  $] -6; -3[ \cup ] -3; +\infty[$ . Le tableau de variations de la fonction  $f$  est le suivant :

x	-6	-4	-3,5	-3	2	+\infty
Variations de $f$	$7 \nearrow 8 \searrow \infty$			$+\infty \searrow 3 \nearrow 5$		

1) On peut affirmer que :

**Réponse A :**  $\lim_{x \rightarrow 5} f(x) = +\infty$

**Réponse B :**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 5$

**Réponse C :**  $\lim_{x \rightarrow -6} f(x) = -\infty$

**Réponse D :**  $\lim_{\substack{x \rightarrow -3 \\ x < -3}} f(x) = 0$

2) La courbe représentative de  $f$  admet pour asymptotes les droites d'équation :

**Réponse A :**  $x = 5$  et  $y = -3$

**Réponse B :**  $x = -3$  et  $y = 5$

**Réponse C :**  $y = 8$  et  $y = 3$

**Réponse D :**  $x = -6$  et  $y = 5$

3) Dans l'ensemble  $] -6; -3[ \cup ] -3; +\infty[$  l'équation  $f(x) = 4$  admet

**Réponse A :** 0 solution

**Réponse B :** 1 solution

**Réponse C :** 2 solutions

**Réponse D :** 3 solutions

4) On considère le nombre réel  $I = \int_2^4 f(x) dx$ . On peut affirmer que :

**Réponse A :**  $0 \leq I \leq 3$

**Réponse B :**  $6 \leq I \leq 10$

**Réponse C :**  $3 \leq I \leq 6$

**Réponse D :**  $I \geq 10$

## EXERCICE 2 (5 points)

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Le tableau suivant donne, en milliers, le nombre de Pactes Civils de Solidarité (PACS) signés chaque année en France :

Années	2000	2001	2002	2003	2004
Rang de l'année, $x_i$	0	1	2	3	4
Nombres de PACS en milliers, $y_i$	22,1	19,4	25	31,1	39,6

Source INSEE.

- 1) Calculer, à 0,1 près, le pourcentage d'augmentation du nombre de milliers de Pactes Civils de Solidarité entre 2000 et 2004.
- 2) **On envisage un ajustement affine.**
  - a. À l'aide de la calculatrice, donner l'équation de la droite d'ajustement de  $y$  en  $x$  par la méthode des moindres carrés, sous la forme  $y = ax + b$ .  
Par la suite, on pose  $f(x) = ax + b$ .
  - b. En supposant que cet ajustement affine est valable jusqu'en 2007, donner une estimation du nombre de milliers de Pactes Civils de Solidarité signés en 2007.
- 3) **On envisage un autre type d'ajustement.**

On modélise le nombre de milliers de Pactes Civils de Solidarité signés durant l'année 2000+ $x$  ( $x$  entier) à l'aide de la fonction  $g$  définie par  $g(x) = 1,6x^2 - 1,8x + 21,4$ .

  - a. En utilisant ce second modèle, calculer le nombre de milliers de Pactes Civils de Solidarité signés en 2007.
  - b. On suppose que l'évolution se poursuit selon ce modèle jusqu'en 2015.  
Le nombre de milliers de Pactes Civils de Solidarité signés en 2010 sera-t-il supérieur à 100 000 ? Justifier.
- 4) **Comparaison des deux ajustements.**

Pour chacun des deux modèles, on calcule ci-dessous le tableau des carrés des écarts entre les valeurs réelles et les valeurs calculées à l'aide de chacun des deux ajustements.

$x_i$	0	1	2	3	4
$(y_i - f(x_i))^2$	16	11,36	5,95	1,02	7,95

$x_i$	0	1	2	3	4
$(y_i - g(x_i))^2$	0,49				

- a. Recopier et compléter le deuxième tableau, les valeurs étant arrondies au centième.
- b. Lequel de ces deux ajustements semble le plus proche de la réalité ? Justifier.

## EXERCICE 3 (7 points)

Commun à tous les candidats

La courbe  $(C)$  donnée en ANNEXE, est la représentation graphique dans un repère orthogonal d'une fonction  $f$  définie et dérivable sur  $\mathbf{R}$ . On note  $f'$  sa fonction dérivée.

Les points  $A(3; e)$  et  $B(4; 2)$  appartiennent à cette courbe.

La tangente à la courbe en  $A$  est parallèle à l'axe des abscisses et la tangente  $(T)$  à la courbe en  $B$  coupe l'axe des abscisses au point d'abscisse 6.

### PARTIE I : lecture graphique

Par lecture graphique, répondre aux questions suivantes, sans justifier.

- 1) Pour quelles valeurs du nombre réel  $x$  de l'intervalle  $[3; 10]$  a-t-on  $f(x) \leq 2$  ?
- 2) Déterminer  $f'(3)$  et  $f'(4)$ .

### PARTIE II : étude de la fonction

La fonction  $f$  représentée dans l'ANNEXE, est la fonction définie sur l'intervalle  $[0; +\infty[$  par  $f(x) = (x-2) e^{(-x+4)}$ .

- 1) a) Calculer  $f(0)$ . Donner la valeur décimale arrondie à l'unité.  
b) On donne  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ . Donner une interprétation graphique de ce résultat.
- 2) a) Pour tout nombre réel  $x$  de l'intervalle  $[0; +\infty[$ , calculer  $f'(x)$  et montrer que  $f'(x) = (3-x) e^{(-x+4)}$ .  
b) Sur l'intervalle  $[0; +\infty[$  étudier le signe de  $f'(x)$ , puis dresser le tableau de variations de la fonction  $f$ .
- 3) On admet que la fonction  $g$  définie sur l'intervalle  $[0; +\infty[$  par  $g(x) = (1-x) e^{(-x+4)}$  est une primitive de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[0; +\infty[$ .  
En déduire la valeur moyenne  $m$  de  $f$  sur l'intervalle  $[2; 10]$ . On donnera la valeur exacte, puis la valeur décimale arrondie au millième.

**Rappel** : Soit  $f$  une fonction et  $[a; b]$  un intervalle sur lequel  $f$  est définie et dérivable.

La valeur moyenne  $m$  de  $f$  sur un l'intervalle  $[a; b]$  est le nombre  $m$  tel que :  $m = \frac{1}{b-a} \times \int_a^b f(x) dx$ .

### PARTIE III : étude d'un bénéfice

Une entreprise vend  $x$  centaines de litres de parfum par jour  $1,8 \leq x \leq 4,5$ .

Le bénéfice en milliers d'euros réalisé, par jour, par l'entreprise lorsqu'elle vend  $x$  centaines de litres est donné par  $f(x)$  pour  $x \in [1,8; 4,5]$ . On suppose donc que pour des raisons techniques et commerciales l'entreprise vend au moins 180 litres et au plus 450 litres.

- 1) Calculer le bénéfice en euros réalisé sur la vente de 400 litres (soit 4 centaines de litres).
- 2) Déterminer la quantité de litres à vendre par jour pour réaliser un bénéfice maximal.  
Quel est ce bénéfice maximal en euros ? (Donner la réponse arrondie à 1 €).
- 3) À partir de quelle quantité journalière l'entreprise ne vend-elle pas à perte ?

## EXERCICE 4 (4 points)

### Commun à tous les candidats

Jean s'amuse régulièrement sur un terrain de football avec le gardien de but. Chaque partie consiste à tirer successivement deux tirs au but.

Au vu des résultats obtenus au cours de l'année, on admet que :

- la probabilité que Jean réussisse le premier tir au but est égal à 0,8 ;
- s'il réussit le premier, alors la probabilité de réussir le second est 0,7 ;
- s'il manque le premier, alors la probabilité de réussir le second est 0,5.

On note  $R_1$  l'événement : « le premier tir au but est réussi » et  $\overline{R_1}$  son événement contraire.

$R_2$  l'événement : « le second tir au but est réussi » et  $\overline{R_2}$  son événement contraire.

- 1) Représenter la situation par un arbre pondéré.
- 2) Calculer la probabilité que les deux tirs au but soient réussis.
- 3) a) Calculer la probabilité que le second tir au but soit réussi.  
b) Les événements  $R_1$  et  $R_2$  sont-ils indépendants ? Justifier la réponse.
- 4) On note  $A$  l'événement : « Jean a réussi exactement un tir au but ». Montrer que  $p(A) = 0,34$ .

# ANNEXE

## EXERCICE 3

Commun à tous les candidats

