BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

Session 2008

MATHÉMATIQUES

Série ES

Enseignement Obligatoire

Durée de l'épreuve : 3 heures

Coefficient : 5

Ce sujet comporte 6 pages numérotées de 1 à 6.

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

Le sujet est composé de 4 exercices indépendants.
Le candidat doit traiter tous les exercices.
Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.
La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

La feuille Annexe (page 6/6) est à rendre avec la copie.

EXERCICE 1 (5 points)
Commun à tous les candidats

Pour chaque question, une seule des trois propositions est exacte. Le candidat indiquera sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.
Une réponse exacte rapporte 1 point ; une réponse inexacte enlève 0,5 point ; l'absence de réponse est comptée 0 point. Si le total est négatif, la note est ramenée à zéro.

1. Une baisse de 25% est compensée par une hausse, arrondie à l'unité, de :
a) 20% b) 25% c) 33%

2. La population d'une ville a augmenté de 7% en 2004, de 5% en 2005 et de 6% en 2006. L'augmentation de la population de cette ville sur la période 2004-2006 est, arrondie à l'unité près, égale à :
a) 17% b) 18% c) 19%

Les élèves de deux classes de terminale ES (désignées par TE1 et TE2) sont répartis selon leur spécialité (qui sont abrégées en SES, LV, Math) de la façon suivante :

		TE1	TE2	Total
Spécialité	SES	16	8	24
	LV	12	14	26
	Math	6	10	16
Total		34	32	66

On interroge un élève au hasard. Les données précédentes sont à utiliser pour les trois questions suivantes.

3. La probabilité que l'élève interrogé appartienne à la TE1 est égale à :
a) $\frac{1}{66}$ b) $\frac{1}{34}$ c) $\frac{17}{33}$

4. La probabilité que l'élève interrogé suive l'enseignement de spécialité Math ou appartienne à la TE1 est égale à :
a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{25}{33}$ c) $\frac{1}{11}$

5. La probabilité que l'élève interrogé suive l'enseignement de spécialité Math sachant qu'il appartient à la TE1 est égale à :
a) $\frac{1}{34}$ b) $\frac{1}{11}$ c) $\frac{3}{17}$

EXERCICE 2 (5 points)
Commun à tous les candidats

On considère la fonction u définie sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$ par $u(x) = \dfrac{10-x}{x}$.

1. Calculer les limites de u en 0 et en $+\infty$.
2. Etudier les variations de u.

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$ par $f(x) = e^{u(x)}$.

3. Calculer les limites de f en 0 et en $+\infty$. Quelles conséquences graphiques peut-on en déduire ?
4. Etablir, en justifiant, le tableau de variation de f.
5. Résoudre algébriquement l'équation $f(x) = 1$.
6. L'équation $f(x) = -x$ admet-elle une solution ? Pourquoi ?
   Toute tentative d'explication de la démarche ou de la méthode utilisée sera valorisée.

EXERCICE 3 (5 points)
Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Le tableau suivant donne l'évolution du SMIC horaire brut en euros depuis 2001.

Date	1/07/2001	1/07/2002	1/07/2003	1/07/2004	1/07/2005	1/07/2006	1/07/2007
Rang : x_i	1	2	3	4	5	6	7
Valeur en euros : y_i	6,67	6,83	7,19	7,61	8,03	8,27	8,44

1. Représenter sur votre copie le nuage de points associé à la série $(x_i\,;\,y_i)$ dans un repère orthogonal (1 cm représente 1 rang en abscisse et 5 cm représentent 1 € en ordonnée ; faire débuter la graduation à 6 sur l'axe des ordonnées).

2. A l'aide de la calculatrice, donner une équation de la droite de régression de y en x par la méthode des moindres carrés (arrondir les coefficients à 10^{-2} près).
   Tracer cette droite dans le repère précédent.

3. La forme du nuage suggère une modification de l'évolution du SMIC horaire brut à partir de juillet 2004. Pour $x \geqslant 4$, on choisit d'ajuster le nuage de points par une courbe C d'équation

   $$y = a\ln(x-3) + b$$

   où a et b sont deux réels. Déterminer les réels a et b tels que la courbe C passe par les points de coordonnées $(4\,;\,7,61)$ et $(7\,;\,8,44)$ (arrondir les réels a et b à 10^{-2} près).
   Tracer la courbe C dans le repère précédent.

4. Arthur est un jeune salarié, rémunéré au SMIC. Il souhaite estimer la valeur du SMIC au 1er juillet 2009. Quel est, parmi les modèles utilisés aux questions 2 et 3, celui qui lui sera le plus favorable ?

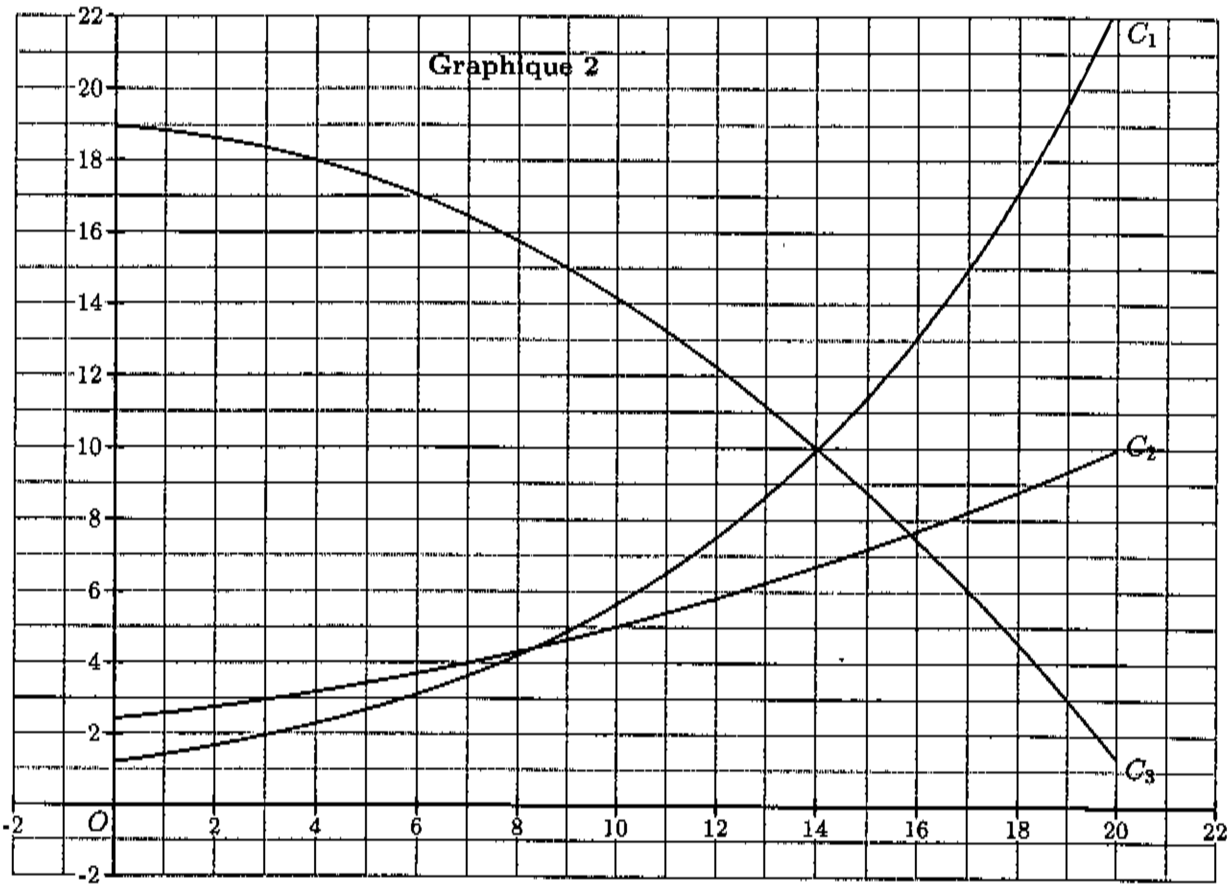
EXERCICE 4 (5 points)
Commun à tous les candidats

Une entreprise fabrique une quantité x, comprise entre 0 et 20, d'un certain objet.
Le coût total de production f, exprimé en euros, est représenté par la courbe C dans un repère d'origine O **du graphique 1 fourni en annexe** (à rendre avec la copie). La tangente à la courbe C au point B d'abscisse 14 est tracée sur le même graphique.

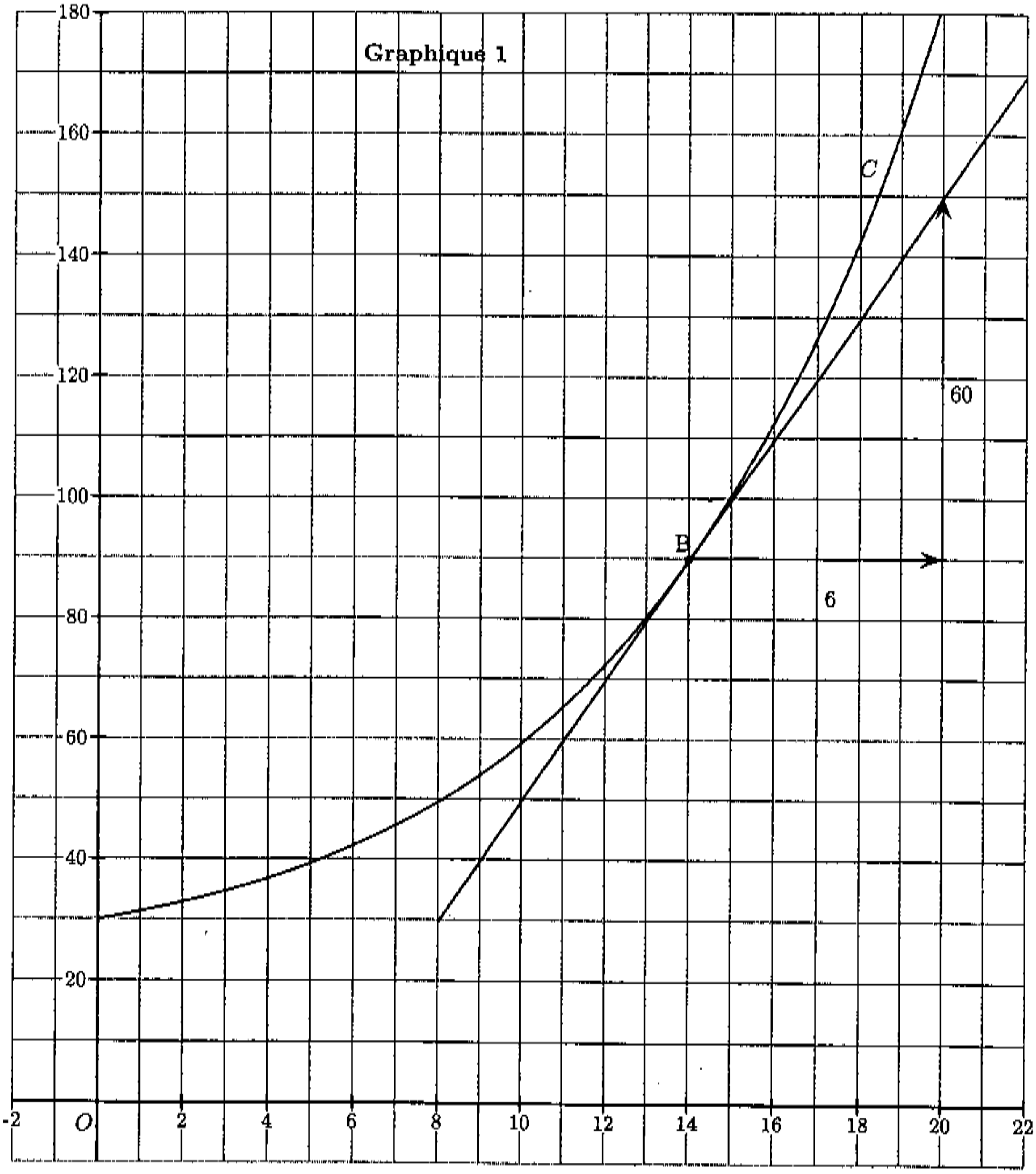
1. (a) Quel est le coût total de production de 10 objets ?
   (b) Quelle quantité maximale d'objets est-il possible de produire pour un coût total inférieur à 150 € ?

2. Le coût marginal g est donné sur l'intervalle $]0\,;\,20]$ par la dérivée du coût total de production : $g(x) = f'(x)$ pour tout x appartenant à l'intervalle $]0\,;\,20]$.
   (a) En utilisant le **graphique 1 de l'annexe**, déterminer la valeur du coût marginal pour $x = 14$.
   Comparer $g(14)$ et $g(19)$.
   (b) Quelle est, parmi les trois courbes proposées sur le **graphique 2**, celle qui représente le coût marginal ? Justifier la réponse.

3. Le coût moyen h est donné sur l'intervalle $]0\,;\,20]$ par $h(x) = \dfrac{f(x)}{x}$.
   (a) Estimer $h(5)$.
   (b) Sur le **graphique 1 de l'annexe**, placer le point Q d'abscisse 5 situé sur la courbe C, puis tracer la droite (OQ).
   Une expression du coefficient directeur de la droite (OQ) est $\dfrac{f(5)}{5}$. Justifier cette expression.
   (c) Placer le point A sur la courbe C tel que la droite (OA) soit tangente à C. On appelle a l'abscisse du point A.
   (d) Conjecturer les variations de h sur l'intervalle $]0\,;\,20]$.
   Toute tentative d'explication de la démarche ou de la méthode utilisée sera valorisée.


Graphique 2
C_1
C_2
C_3
O
-2
2
4
6
8
10
12
14
16
18
20
22

Annexe à rendre avec la copie



8MAESJAO1