BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

Session 2008

MATHÉMATIQUES

- Série ES -

ENSEIGNEMENT OBLIGATOIRE

Durée de l'épreuve : 3 heures

Coefficient : 5

Les calculatrices électroniques de poche sont autorisées, conformément à la réglementation en vigueur.

Du papier millimétré sera mis à la disposition des candidats.

Le sujet est composé de 4 exercices indépendants. Le candidat doit traiter tous les exercices.
Dans chaque exercice, le candidat peut admettre un résultat précédemment donné dans le texte pour aborder les questions suivantes, à condition de l'indiquer clairement sur la copie.
Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.
Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Avant de composer, le candidat s'assurera que le sujet comporte bien 6 pages numérotées de 1 à 6.

EXERCICE 1 (5 points)

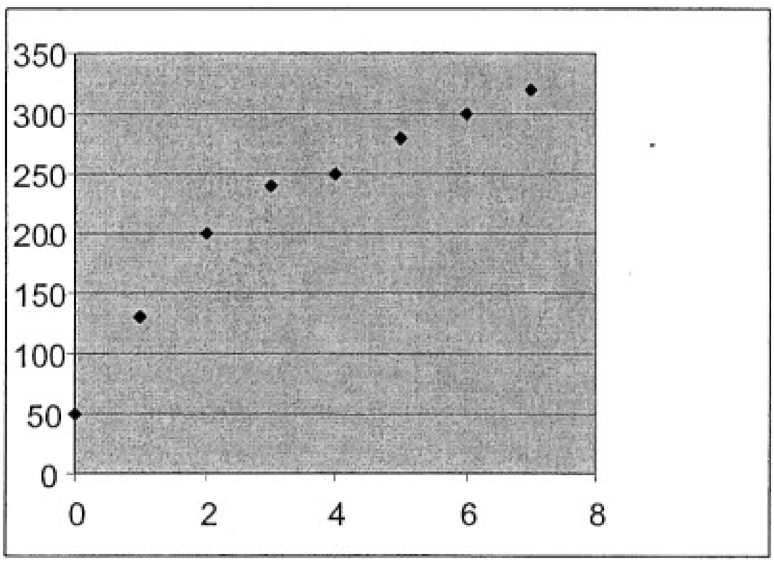
Commun à tous les candidats

Une association organise chaque année un séjour qui s'adresse à des adultes handicapés. À sa création en 1997, dix adultes handicapés sont partis durant cinq jours. Ainsi, on dira qu'en 1997 le nombre de « journées participant » est de 5×10 soit 50.
Le tableau suivant donne le nombre de « journées participant » de 1997 à 2004. L'année 1997 a le rang 0.

Années	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Rang de l'année : x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
Nombre de « journées participant »: y_i	50	130	200	240	250	280	300	320

1) Calculer le pourcentage d'augmentation du nombre de « journées participant » de 1997 à 2000, puis celui de 2000 à 2003.

2) Ces données sont représentées par le nuage de points ci-joint.



On considère qu'un ajustement affine n'est pas pertinent.

L'allure du nuage suggère de chercher un ajustement de y en x de la forme $y = k\ln(ax+b)$ où k, a et b sont trois nombres réels. Pour cela on pose : $z_i = e^{\frac{y_i}{100}}$.

Dans cette question les calculs seront effectués à la calculatrice. Aucune justification n'est demandée. Les résultats seront arrondis au centième.

a) Recopier et compléter le tableau suivant :

Rang de l'année : x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
Nombre de "journées participant" : y_i	50	130	200	240	250	280	300	320
$z_i = e^{\frac{y_i}{100}}$	1,65							

b) Représenter le nuage de points associé à la série (x_i ; z_i) dans un repère orthonormal (unités : 1 cm)

c) Donner les coordonnées du point moyen et placer ce point sur le graphique précédent.

d) Déterminer une équation de la droite (D) d'ajustement affine de z en x par la méthode des moindres carrés. Représenter la droite (D) sur le graphique précédent.

e) Sachant que $z_i = e^{\frac{y_i}{100}}$, déterminer l'expression de y en fonction de x.

3) On suppose que l'évolution du nombre de « journées participant » se poursuit dans un futur proche selon le modèle précédent.

a) Estimer, à l'unité près, quel serait le nombre de « journées participant » prévu pour l'année 2007.

b) En réalité, le nombre de « journées participant » en 2007 a été de 390. Si l'écart en valeur absolue entre la valeur estimée et la valeur réelle est inférieure à 10 % de la valeur réelle, on considère que le modèle est pertinent. Est-ce le cas ?

EXERCICE 2 (5 points)

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Un magasin de sport propose à la location des skis de piste, des snowboards et des skis de randonnée. Son matériel est constitué de 50 % de skis de piste, le reste étant également réparti entre les snowboards et les skis de randonnée.
Après la journée de location, le matériel est contrôlé et éventuellement réparé.
Il a été constaté que la moitié des skis de piste, deux tiers des snowboards et le quart des skis de randonnée nécessitent une réparation.

Chaque paire de ski et chaque snowboard est répertorié sur une fiche qui précise son suivi.
On tire au hasard une fiche. On considère les événements suivants :

Sp : « La fiche est celle d'une paire de ski de piste » ;
Sn : « La fiche est celle d'un snowboard » ;
Sr : « La fiche est celle d'une paire de ski de randonnée » ;
R : « Le matériel nécessite une réparation » ; $\overline{R}$ est son événement contraire.

Tous les résultats des quatre premières questions seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

1) Traduire toutes les données de l'énoncé à l'aide d'un arbre pondéré (on ne demande aucune explication).

2) Calculer la probabilité que la fiche tirée concerne une paire de ski de piste ne nécessitant pas une réparation.

3) Calculer la probabilité que la fiche tirée concerne du matériel ne nécessitant pas une réparation.

4) La fiche tirée concerne du matériel ayant nécessité une réparation. Quelle est la probabilité que cette fiche concerne un snowboard ?

5) Les paires de ski de piste, de randonnée, ainsi que les snowboards sont loués 30 € pour la journée. Quelle est l'espérance de gain sur le matériel loué sachant que chaque réparation coûte 20 € au loueur ?

EXERCICE 3 **(4 points)**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un ***Q.C.M*** *(Questionnaire à Choix Multiples). Chaque question admet une seule réponse exacte : a, b ou c. Pour chacune des questions indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.*
Barème : Une bonne réponse rapporte 0,5 point. Une mauvaise réponse enlève 0,25 point. L'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point. Si le total des points est négatif, la note globale attribuée à l'exercice est ramenée à 0.

	QUESTIONS	REPONSES
Q1	D'une année sur l'autre, un produit perd 10 % de sa valeur. Le produit a perdu au moins 70 % de sa valeur initiale au bout de :	a) 7 années b) 11 années c) 12 années
Q2	Dans une expérience aléatoire, la probabilité d'un événement A est égale à 0,4. On répète huit fois cette expérience de façon indépendante. La probabilité que l'événement A se réalise au moins une fois est égale à :	a) $(0,4)^8$ b) $(0,6)^8$ c) $1-(0,6)^8$
Q3	F est la primitive qui s'annule en 1 de la fonction f définie sur **R** par $f(x) = x^2 + 1$. On a :	a) $F(0) = 1$ b) $F(0) = -\frac{4}{3}$ c) $F(0) = \frac{4}{3}$
Q4	f est la fonction définie sur **R** par $f(x) = e^{3x}$. On appelle $(\mathscr{C})$ la courbe représentative de f dans un repère. La tangente $(\mathscr{T})$ à la courbe $(\mathscr{C})$ au point A d'abscisse 0 a pour coefficient directeur :	a) 0 b) 1 c) 3

Pour toutes les questions suivantes, on donne ci-dessous le tableau de variations d'une fonction f définie et dérivable sur $]-\infty\ ;\ 3[$. On appelle $(\mathscr{C})$ sa courbe représentative dans un repère.

x	$-\infty$	-3	-2	2	3
$f(x)$	$+\infty$ ↘	0 ↘	-2 ↗	0 ↗	$+\infty$

Q5	On peut affirmer que :	a) $f(0) < 0$ b) $f(0) = 0$ c) $f(0) > 0$
Q6	La courbe $(\mathscr{C})$ admet pour asymptote la droite d'équation :	a) $x = 0$ b) $x = 3$ c) $y = 3$
Q7	g est la fonction définie par $g(x) = \ln[f(x)]$ sur l'intervalle $]-\infty\,;-3[$. La limite de g en $-\infty$:	a) est $-\infty$ b) est $+\infty$ c) n'existe pas
Q8	F désigne une primitive de f sur $]-\infty\,;3[$. F est :	a) strictement décroissante sur $]-\infty\,;-3[$. b) strictement décroissante sur $]-3\,;2[$. c) strictement croissante sur $]-2\,;3[$.

EXERCICE 4 **(6 points)**

Commun à tous les candidats

On considère la fonction f définie sur $]-1\ ;+\infty[$ par $f(x)=-3x+4+8\ln(x+1)$.

On note $(\mathscr{C})$ sa courbe représentative dans un repère orthonormal.

1) a) Calculer la limite de f en -1. Donner l'interprétation graphique du résultat obtenu.

b) Déterminer la limite de f en $+\infty$ (on pourra utiliser $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln(x+1)}{x}=0$).

2) a) On note f' la dérivée de f sur $]-1\ ;+\infty[$. Démontrer que $f'(x)=\dfrac{5-3x}{x+1}$.

b) Etudier le signe de f' et dresser le tableau de variations de f. On donnera une valeur arrondie au dixième du maximum de f sur $]-1;+\infty[$.

3) On se place dans l'intervalle $\left[\dfrac{5}{3};+\infty\right[$. Démontrer que dans cet intervalle, l'équation $f(x)=0$ admet une solution unique notée x_0. Donner une valeur approchée de x_0 à 10^{-2} près.

4) a) Vérifier que la fonction F définie par $F(x)=-\dfrac{3}{2}x^2-4x+8(x+1)\ln(x+1)$ est une primitive de f sur $]-1\ ;+\infty[$.

b) Calculer l'aire, exprimée en unités d'aire, du domaine plan limité par la courbe $(\mathscr{C})$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x=0$ et $x=5$ (on donnera la valeur exacte de cette aire et une valeur approchée au dixième près).