

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

Session 2008

MATHÉMATIQUES - Série ES ENSEIGNEMENT OBLIGATOIRE

DURÉE DE L'ÉPREUVE : 3 heures - COEFFICIENT : 5

Ce sujet comporte 6 pages numérotées de 1/6 à 6/6.

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée. Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Le candidat s'assurera que le sujet est complet, qu'il correspond bien à sa série et à son choix d'enseignement (obligatoire ou de spécialité).

Le sujet nécessite du papier millimétré.

L'usage d'un dictionnaire est interdit.

Exercice 1

(4 points) Commun à tous les candidats

Pour chacune des quatre propositions de ce QCM, une et une seule des affirmations est exacte. Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Une réponse exacte rapporte 1 point. Une réponse inexacte enlève 0,25 point. L'absence de réponse n'enlève et ne rapporte aucun point. Si le total est négatif, la note de l'exercice est ramenée à 0.

Chacune des quatre propositions concerne une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-5; 6]$, qui admet des primitives sur cet intervalle et dont on donne ci-dessous le tableau de variations :

x	-5	-3	2	4	6
$f(x)$	3		4		0

(Le tableau ci-dessus est complété avec des flèches indiquant des variations : une flèche descendante de 3 à 1, une flèche ascendante de 1 à 4, une flèche descendante de 4 à -2, et une flèche ascendante de -2 à 0.)

1. Si a et b sont deux réels tels que $2 < a < b < 4$, alors :
 - a) $f(a) > f(b)$
 - b) $f(a) < f(b)$
 - c) on ne peut pas comparer $f(a)$ et $f(b)$

2. Le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 1$ est :
 - a) 1
 - b) 2
 - c) 3

3.
 - a) $\int_4^5 f(x) dx < 0$
 - b) $\int_4^5 f(x) dx > 0$
 - c) avec les données, on ne peut pas connaître le signe de $\int_4^5 f(x) dx$

4. Si g est la fonction définie sur $[-5; 6]$ par $g(x) = \frac{1}{2}x - 1$, alors :
 - a) l'équation $f(x) = g(x)$ n'a pas de solution
 - b) l'équation $f(x) = g(x)$ a une unique solution
 - c) on ne peut pas se prononcer sur le nombre de solutions de l'équation $f(x) = g(x)$

Exercice 2

(5 points) Candidats n'ayant pas choisi l'enseignement de spécialité

On a relevé lors de six années consécutives le chiffre d'affaire d'une entreprise de prêt-à-porter de luxe créée en 2000. Les résultats sont regroupés dans le tableau suivant :

Année	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6
Chiffre d'affaire y_i (en euros)	160 000	220 000	290 000	390 000	540 000	730 000

1. Pour $i = 1, 2, \dots, 5$ on pose $z_i = \ln y_i$
- a) Recopier et compléter le tableau suivant (donner une valeur approchée arrondie à 10^{-2} près de chacun des résultats) :

x_i	1	2	3	4	5	6
$z_i = \ln y_i$						

- b) Représenter sur du papier millimétré le nuage de points associé à la série statistique $(x_i ; z_i)$ dans un repère orthonormal du plan (unité : 2 cm en commençant à la graduation 10 sur l'axe des ordonnées).
- c) Déterminer, à l'aide de la calculatrice, une équation de la droite d'ajustement affine de z en x par la méthode des moindres carrés (on obtiendra une équation de la forme $z = ax + b$ où les coefficients a et b seront arrondis à 10^{-2} près).
- d) Dédurre de ce qui précède une expression de y en fonction de x sous la forme $y = ke^{ax}$, où k est un réel à déterminer et a le coefficient trouvé à la question précédente (le coefficient k sera arrondi à l'unité).
2. On note C la fonction définie sur l'intervalle $[0; +\infty[$ par : $C(x) = 120\,000 e^{0,3x}$.

- a) Résoudre par le calcul l'inéquation $C(x) \geq 2\,000\,000$.
- b) On admet que $C(x_i)$ représente le chiffre d'affaire de l'entreprise pour l'année de rang x_i .
Quel chiffre d'affaire peut-on prévoir pour l'année 2008 (on arrondira le résultat au millier d'euros près) ?
À partir de quelle année le chiffre d'affaire dépassera-t-il 2 millions d'euros ?

Exercice 3

(5 points) Commun à tous les candidats

Les membres d'un jeune groupe de musique présentent une chanson lors d'une audition. Dans le morceau qu'ils jouent, il y a un passage délicat sur lequel ils ne sont pas tout à fait au point.

En effet :

- le guitariste joue parfaitement ce morceau trois fois sur quatre,
- la chanteuse échoue dans 50% des cas si le guitariste se trompe et, sinon, elle commet des erreurs une fois sur cinq.

Les autres musiciens maîtrisent parfaitement leur partition.

On appelle G l'événement : « le guitariste joue parfaitement le morceau ».

On appelle C l'événement : « la chanteuse interprète le morceau sans faire d'erreur ».

1. Dessiner un arbre de probabilités qui modélise la situation décrite précédemment.
2.
 - a) Déterminer la probabilité $P(G \cap C)$ que le groupe interprète la chanson sans erreur.
 - b) Calculer la probabilité qu'un, et un seul, des membres du groupe se trompe.
 - c) Déterminer la probabilité que la chanteuse interprète sans erreur le morceau.
3. Calculer $P_C(G)$ (on arrondira le résultat à 10^{-3} près) et interpréter concrètement ce résultat.
4. On admet que la probabilité qu'aucun des membres du groupe ne commette d'erreur est 0,6. Le groupe participe avec sa chanson à trois concours, les trois prestations étant indépendantes les unes des autres. Quelle est la probabilité qu'ils jouent parfaitement à au moins l'un des trois concours ?

Exercice 4

(6 points) Commun à tous les candidats

Partie A

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0;1000]$ par $f(x) = 89,5 - 8,9 \ln(x + 0,3)$ et dont on donne la courbe représentative dans un repère orthogonal du plan (voir Annexe figure 1).

1. Démontrer que la fonction f est décroissante sur l'intervalle $[0;1000]$.
2. Montrer que résoudre l'inéquation $f(x) \leq 45$ revient à résoudre l'inéquation $\ln(x + 0,3) \geq 5$. Résoudre cette inéquation.

3. a) Démontrer que la fonction g définie sur l'intervalle $[0;1000]$ par :

$$g(x) = 98,4x - 8,9(x + 0,3) \ln(x + 0,3)$$

est une primitive de f sur l'intervalle $[0;1000]$.

- b) On rappelle que la valeur moyenne m de f sur un intervalle $[a; b]$ (a et b étant deux éléments distincts de l'ensemble de définition de f), est donnée par : $m = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx$.

Déterminer la valeur moyenne de f sur l'intervalle $[200;800]$ (on donnera une valeur approchée de ce résultat arrondi à l'unité).

Partie B

Une éolienne doit être installée à proximité d'un village dont les habitants s'inquiètent de la nuisance sonore occasionnée. L'entreprise chargée de la fabrication de l'éolienne transmet donc les renseignements suivants :

- au centre de l'éolienne (centre du rotor), le niveau sonore est d'environ 100 décibels (dB).
- lorsqu'on s'éloigne de x mètres du centre de l'éolienne, le niveau sonore est donné, en dB, par $f(x)$ (défini à la partie A).

1. En utilisant le graphique donné en annexe, déterminer à quelle distance du centre de l'éolienne on doit être situé pour percevoir un niveau sonore inférieur à 40 dB.
2. ***Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.***

Le centre du rotor de l'éolienne est situé à 70 m de hauteur (voir le schéma donné en annexe).

Un sonomètre (qui mesure le volume sonore) est posé sur le sol à une certaine distance du pied de l'éolienne.

À quelle distance du pied de l'éolienne doit-t-on le placer pour que le niveau sonore enregistré soit égal à 45 dB (le résultat sera arrondi à l'unité) ?

Expliquer la démarche suivie.

Annexe - Exercice 4

Courbe représentative de f

