BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

SESSION 2008

SUJET SORTI

MATHÉMATIQUES

SPECIALITE

Série : ES

Durée de l'épreuve : 3 heures.

Coefficient : 7

Ce sujet comporte 7 pages numérotées de 1 à 7.

Du papier millimétré est mis à la disposition des candidats. (1 feuille)

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

Le sujet est composé de TROIS exercices indépendants.
Le candidat doit traiter tous les exercices.

Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée. Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Exercice 1 (6 points)

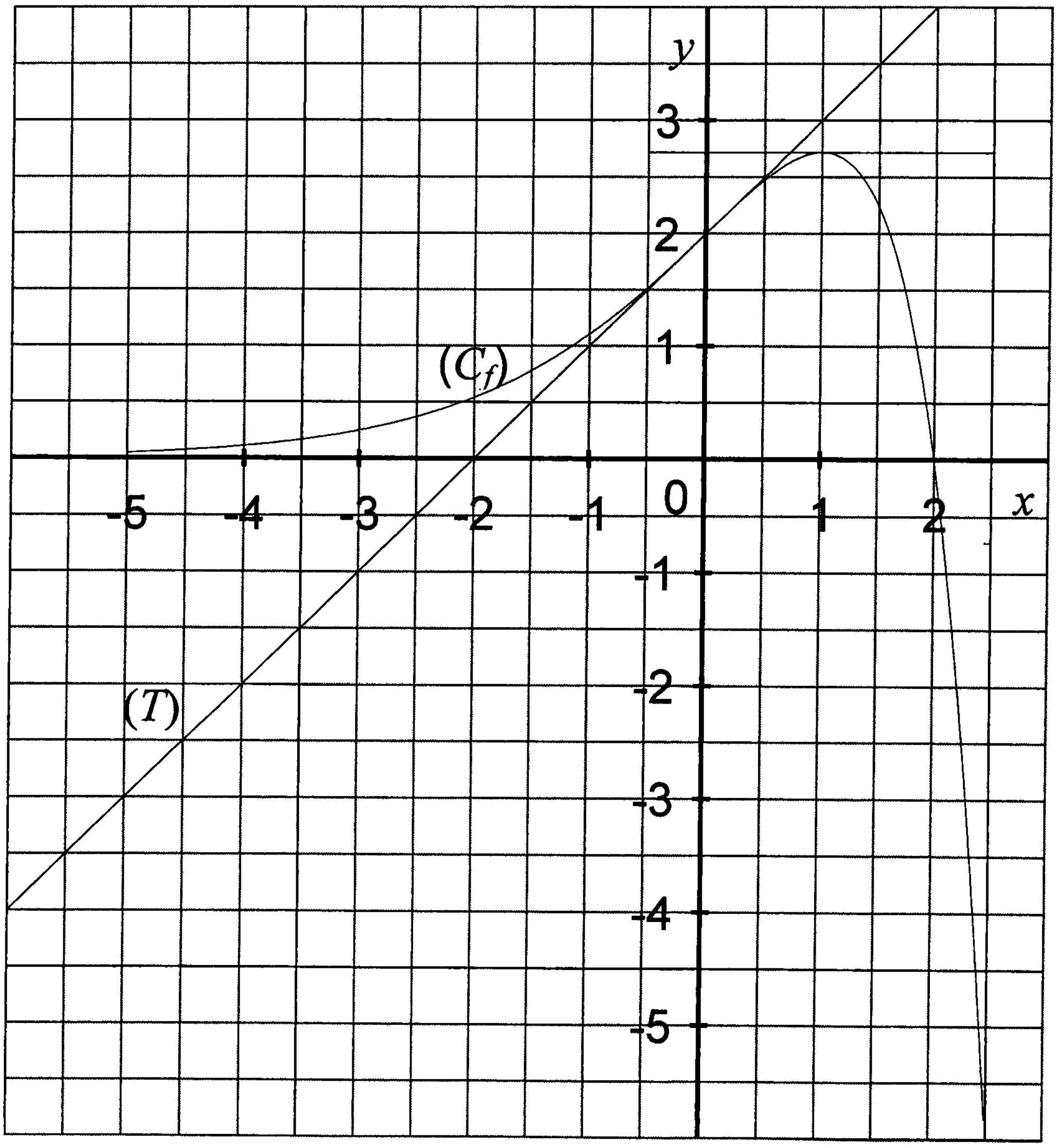
(Commun à tous les candidats)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions, trois réponses sont proposées. Une seule de ces réponses est exacte.

On considère une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-5\ ;\ \frac{5}{2}]$.

Le plan est muni d'un repère orthonormal.

- La courbe (C_f) représentée ci-dessous est celle de la fonction f .
- Les points A (0 ; 2), B (1 ; e) et C (2 ; 0) appartiennent à la courbe (C_f).
- Le point de la courbe (C_f) d'abscisse (–5) a une ordonnée strictement positive.
- La tangente (T) en A à la courbe (C_f) passe par le point D (–2 ; 0).
- La tangente en B à la courbe (C_f) est parallèle à l'axe des abscisses.



Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.

Partie A : *aucune justification n'est demandée.*

Une réponse exacte rapporte 0,5 point.
Une réponse fausse enlève 0,25 point.
L'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.
Si le total des points de la partie A est négatif, la note attribuée à cette partie est ramenée à zéro.

1. On note $f'(0)$ le nombre dérivé de la fonction f en 0. Quelle est sa valeur ?

a. $f'(0)=1$ **b.** $f'(0)=2$ **c.** $f'(0)=0$

On note ln la fonction logarithme népérien et g la fonction composée $\ln(f)$.

2. Quel est l'ensemble de définition de la fonction g, noté D_g ?

a. $]0\,;\frac{5}{2}[$ **b.** $[-5\,;2]$ **c.** $[-5\,;2[$

3. Quelle est la valeur de $g(0)$?

a. $g(0)=2$ **b.** $g(0)=0$ **c.** $g(0)=\ln(2)$

4. On note g' la fonction dérivée de la fonction g. Quelle est la valeur de $g'(1)$?

a. $g'(1)=e$ **b.** $g'(1)=0$ **c.** $g'(1)=-\frac{1}{e^2}$

5. Quelle est la limite de $g(x)$ quand x tend vers 2 ?

a. $\lim_{x\to 2} g(x)=-\infty$ **b.** $\lim_{x\to 2} g(x)=0$ **c.** $\lim_{x\to 2} g(x)=+\infty$

Partie B : *chaque réponse doit être justifiée.*

Dans cette partie, toute trace de recherche même incomplète ou d'initiative même non fructueuse sera prise en compte dans l'évaluation.

1. A quel intervalle appartient le réel I = $\int_0^2 f(x)\,dx$?

a. $[0\,;3]$ **b.** $[3\,;6]$ **c.** $[6\,;9]$

2. Parmi les trois courbes jointes en annexe, l'une est la représentation graphique de la fonction dérivée f' de la fonction f. Laquelle ?

a. La courbe (C_1) **b.** La courbe (C_2) **c.** La courbe (C_3)

3. Parmi les trois courbes jointes en annexe, l'une est la représentation graphique d'une primitive F de la fonction f, F étant définie sur l'intervalle $[-5,\frac{5}{2}]$. Laquelle ?

a. La courbe (C_1) **b.** La courbe (C_2) **c.** La courbe (C_3)

<u>Exercice 2</u> (5 points)

(Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité)

Deux fabricants de parfum lancent simultanément leur nouveau produit qu'ils nomment respectivement Aurore et Boréale.
Afin de promouvoir celui-ci, chacun organise une campagne de publicité.
L'un d'eux contrôle l'efficacité de sa campagne par des sondages hebdomadaires.
Chaque semaine, il interroge les mêmes personnes qui toutes se prononcent en faveur de l'un de ces deux produits.

Au début de la campagne, 20 % des personnes interrogées préfèrent Aurore et les autres préfèrent Boréale.
Les arguments publicitaires font évoluer cette répartition : 10 % des personnes préférant Aurore et 15 % des personnes préférant Boréale changent d'avis d'une semaine sur l'autre.

La semaine du début de la campagne est notée semaine 0.
Pour tout entier naturel n, l'état probabiliste de la semaine n est défini par la matrice ligne $P_n = (a_n \quad b_n)$, où a_n désigne la probabilité qu'une personne interrogée au hasard préfère Aurore la semaine n et b_n la probabilité que cette personne préfère Boréale la semaine n.

1. Déterminer la matrice ligne P_0 de l'état probabiliste initial.

2. Représenter la situation par un graphe probabiliste de sommets A et B, A pour Aurore et B pour Boréale.

3. a. Ecrire la matrice de transition M de ce graphe en respectant l'ordre alphabétique des sommets.
b. Montrer que la matrice ligne P_1 est égale à $(0{,}3 \quad 0{,}7)$.

4. a. Exprimer, pour tout entier naturel n, P_n en fonction de P_0 et de n.
b. En déduire la matrice ligne P_3. Interpréter ce résultat.

Dans la question suivante, toute trace de recherche même incomplète ou d'initiative même non fructueuse sera prise en compte dans l'évaluation.

5. Soit $P = \begin{pmatrix} a & b \end{pmatrix}$ la matrice ligne de l'état probabiliste stable.

a. Déterminer a et b.

b. Le parfum Aurore finira-t-il par être préféré au parfum Boréale ? Justifier.

Exercice 3 (9 points)

(Commun à tous les candidats)

On se propose d'étudier l'évolution des ventes d'un modèle de voiture de gamme moyenne depuis sa création en 1999.

Les parties I et II peuvent être traitées indépendamment l'une de l'autre.

Partie I

Le tableau suivant donne le nombre annuel, exprimé en milliers, de véhicules vendus les cinq premières années de commercialisation :

Année	1999	2000	2001	2002	2003
Rang de l'année : x_i	0	1	2	3	4
Nombre annuel de véhicules vendus en milliers : y_i	81,3	92,3	109,7	128,5	131,2

1. Dans le plan (P) muni d'un repère orthogonal d'unités graphiques 1cm pour une année sur l'axe des abscisses et 1cm pour 10 milliers de véhicules vendus sur l'axe des ordonnées, représenter le nuage de points associé à la série statistique $(x_i\ ;\ y_i)$ pour i entier variant de 0 à 4.

2. L'allure du nuage de points permet d'envisager un ajustement affine.

a. Déterminer les coordonnées du point moyen G de ce nuage.

b. Déterminer l'équation $y = ax + b$ de la droite (D) d'ajustement affine de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés.

c. Placer le point G et tracer la droite (D) sur le graphique précédent.

d. En utilisant l'ajustement affine du **b**, donner une estimation du nombre de véhicules vendus en 2007.

3. Le tableau suivant donne le nombre annuel de véhicules vendus, exprimé en milliers, de 2003 à 2007 :

Année	2003	2004	2005	2006	2007
Rang de l'année : x_i	4	5	6	7	8
Nombre annuel de véhicules vendus en milliers : y_i	131,2	110,8	101,4	86,3	76,1

a. Compléter le nuage de points précédent à l'aide de ces valeurs.

b. L'ajustement précédent est-il encore adapté ? Justifier la réponse.

c. On décide d'ajuster le nuage de points associé à la série statistique $(x_i\ ;\ y_i)$, pour i entier variant de 4 à 8, par une courbe qui admet une équation de la forme $y = e^{cx+d}$.

Déterminer les réels c et d pour que cette courbe passe par les points A (4 ; 131,2) et B (8 ; 76,1).

On donnera la valeur exacte, puis l'arrondi au millième de chacun de ces nombres réels.

Partie II

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[4\ ;\ 10]$ par : $f(x) = e^{-0,136x+5,421}$.
On suppose que f modélise en milliers l'évolution du nombre annuel de véhicules vendus à partir de l'année 2003.

1. Déterminer le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[4\ ;\ 10]$.

2. Tracer la courbe (C) représentative de la fonction f dans le même repère que le nuage de points.

3. L'entreprise décide d'arrêter la fabrication du modèle l'année où le nombre annuel de véhicules vendus devient inférieur à 65 000.

a. Résoudre algébriquement dans l'intervalle $[4\ ;\ 10]$ l'inéquation $f(x) \leq 65$.
En quelle année l'entreprise doit-elle prévoir cet arrêt ?

b. Retrouver graphiquement le résultat précédent en laissant apparents les traits de construction nécessaires.

Annexe
Exercice 1, partie B