

# BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

Session 2008

---

**SUJET  
SORTI**

Épreuve de spécialité de  
**MATHÉMATIQUES - Série L**

DURÉE DE L'ÉPREUVE : 3 heures - COEFFICIENT : 3

---

Ce sujet comporte 7 pages numérotées de 1/7 à 7/7.  
Les annexes (pages 6 et 7) sont à rendre avec la copie.

*L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.*

Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée. Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

*Le candidat s'assurera que le sujet est complet.*

*Le sujet ne nécessite pas de papier millimétré.*

*L'usage d'un dictionnaire est interdit.*

### EXERCICE 1 (4 points)

Un magasin de matériels informatiques propose deux types d'ordinateurs : des ordinateurs de bureau et des ordinateurs portables.

Une enquête sur le type des ordinateurs achetés permet d'affirmer que, dans ce magasin :

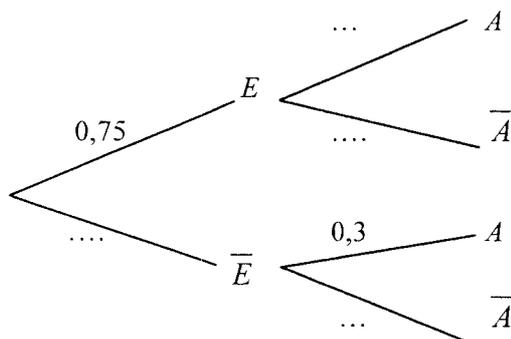
- 75% des acheteurs d'ordinateurs sont des étudiants,
- 60% des acheteurs étudiants choisissent un ordinateur portable,
- 30% des acheteurs non étudiants choisissent un ordinateur portable.

On interroge au hasard une personne ayant acheté un ordinateur dans ce magasin.

On note  $E$  l'événement « La personne interrogée est un étudiant » et  $A$  l'événement « La personne interrogée a choisi un ordinateur portable ».

On note  $\bar{A}$  l'événement contraire de  $A$  et  $\bar{E}$  l'événement contraire de  $E$ .

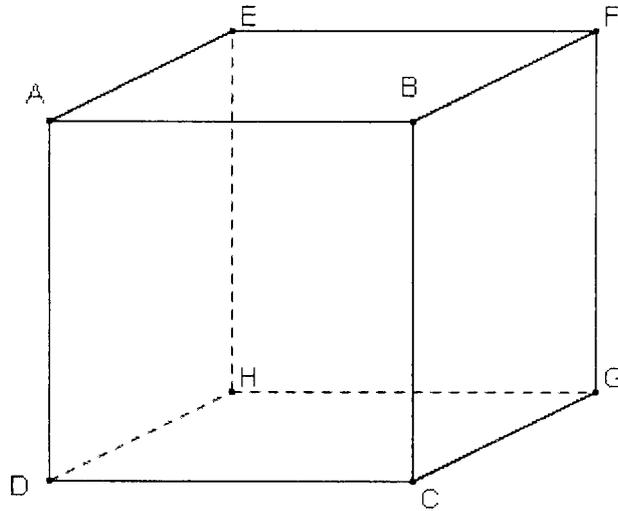
- 1) Reproduire sur la copie l'arbre de probabilités ci-dessous et le compléter. Aucune justification n'est demandée.



- 2) a) Calculer  $P(E \cap A)$  et  $P(\bar{E} \cap A)$ .  
b) En déduire  $P(A)$ .  
c) Déterminer la probabilité pour que la personne interrogée ait choisi un ordinateur de bureau.
- 3) Un acheteur sort du magasin avec un portable. Quelle est la probabilité que ce soit un étudiant ?  
On donnera l'arrondi à  $10^{-3}$  près de cette probabilité.

## EXERCICE 2 (5 points)

Le dessin ci-dessous représente un cube ABCDEFGH en perspective parallèle.



Dans tout l'exercice, on s'intéressera à des représentations de ce cube en perspective centrale. Ce cube sera toujours placé de telle sorte que la face ABCD soit dans un plan frontal et l'arête [AB] soit horizontale.

*Pour chaque question, un dessin est donné en annexe. Ce dessin est à compléter et à rendre avec la copie. Laisser apparents les traits de construction.*

- 1) Dans l'annexe N°1, abcdefgh est une représentation du cube ABCDEFGH en perspective centrale. Faire des constructions permettant de contrôler que la droite ( $\delta$ ) est la ligne d'horizon.
- 2) Dans l'annexe N°2, a, b, c et d représentent A, B, C et D en perspective centrale.  $\omega$  est le point de fuite principal et  $d_1$  un point de distance.
  - a) Terminer la représentation du cube dans cette perspective centrale.
  - b) Compléter le tableau de l'annexe N°2 par VRAI ou FAUX. Aucune justification n'est attendue.
- 3) Les faces ABCD, ABFE et BCGF ont été quadrillées suivant un quadrillage  $3 \times 3$  régulier. Dans le dessin donné en annexe N°3, abcdefgh est une représentation du cube ABCDEFGH en perspective centrale,  $\omega$  est le point de fuite principal et  $d_1$  est un point de distance.

Compléter le dessin par une représentation en perspective centrale du quadrillage des faces ABFE et BCGF.

**EXERCICE 3** (6 points)

- 1) a) Déterminer le reste de la division euclidienne de  $2^3$  par 7.
- b)  $2^3$  et  $2^6$  sont-ils congrus modulo 7 ? Justifier la réponse.
- c) Démontrer que, pour tout entier naturel  $n$ ,  $2^{3n} \equiv 1$  (modulo 7). Que peut-on en déduire pour le reste de la division euclidienne de  $2^{2007}$  par 7 ?

2) On considère l'algorithme suivant :

*Entrée* :  $n$  est un entier naturel.  
*Initialisation* : Donner à  $u$  la valeur initiale  $n$ .  
*Traitement* : Tant que  $u \geq 7$ , affecter à  $u$  la valeur  $u-7$ .  
*Sortie* : Afficher  $u$ .

- a) Faire fonctionner cet algorithme avec  $n = 25$ .
- b) Proposer deux entiers naturels différents qui donnent le nombre 5 en sortie.
- c) Peut-on obtenir le nombre 11 en sortie ? Justifier.
- d) Qu'obtient-on en sortie si on fait fonctionner cet algorithme avec le nombre  $2^{2007}$  ?  
Même question avec le nombre  $2^{2008}$ . Justifier.
- e) On a fait fonctionner cet algorithme avec un nombre  $a$  et on a obtenu en sortie le nombre 3.  
On a fait fonctionner cet algorithme avec un nombre  $b$  et on a obtenu en sortie le nombre 5.  
Si on fait fonctionner cet algorithme avec le nombre  $3 \times a + b$ , qu'obtiendra-t-on en sortie ?  
Justifier.

### EXERCICE 4 (5 points)

*Dans cet exercice, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

On considère la fonction  $f$  définie par  $f(x) = (x+2)e^{-x}$  pour tout  $x$  de l'intervalle  $[-3 ; 3]$ .

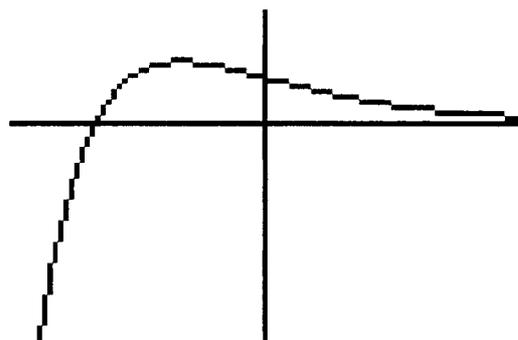
On note  $\mathcal{C}$  la courbe représentative de  $f$  dans un repère orthogonal.

On a utilisé une calculatrice et défini la fenêtre graphique en choisissant  $-3$  comme valeur minimale et  $3$  comme valeur maximale pour les abscisses. On obtient à l'écran un dessin de  $\mathcal{C}$ .

Sont donnés ci-dessous un tableau de variations de  $f$  partiellement complété et une capture de l'écran.

$x$	$-3$	?	$3$
$f$	?	?	?

Diagramme du tableau de variations : une flèche pointe de la case  $(-3, ?)$  vers la case  $(?, ?)$ , et une autre flèche pointe de la case  $(?, ?)$  vers la case  $(3, ?)$ .



En exploitant les informations dont on dispose sur la fonction  $f$ , indiquer pour chacune des six propositions suivantes si elle est vraie ou si elle est fausse.

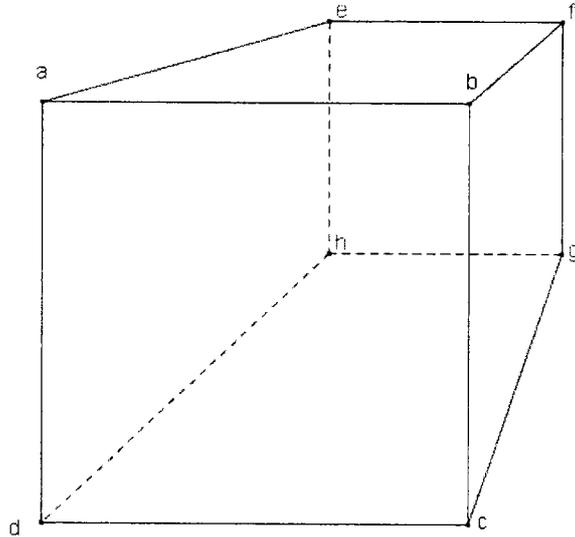
**Toutes les réponses doivent être justifiées.**

1. « Le point  $B(1 ; \frac{3}{e})$  est situé sur la courbe représentative  $\mathcal{C}$  de la fonction  $f$  ».
2. « Il existe un nombre réel de l'intervalle  $[-3 ; 3]$  qui a une image par  $f$  strictement inférieure à  $0$  ».
3. « Tous les nombres réels de l'intervalle  $[-3 ; 3]$  ont une image par  $f$  strictement négative ».
4. « Tous les nombres réels de l'intervalle  $[-2 ; -1]$  ont une image par  $f$  strictement positive ».
5. « La fonction dérivée  $f'$  de  $f$  est définie par :  
$$f'(x) = -e^{-x} \text{ pour tout } x \text{ de l'intervalle } [-3 ; 3] \text{ ».$$
6. « La fonction  $f$  présente un maximum en  $-1$  ».
7. « Tous les nombres réels de l'intervalle  $[-3 ; 3]$  ont une image par  $f$  strictement inférieure à  $3$  ».

Les dessins et le tableau sont à compléter et à rendre avec la copie.

Annexe N°1

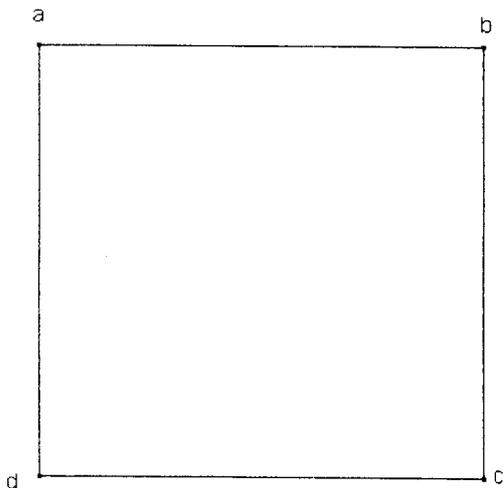
( $\delta$ )



Annexe N°2

$d_1$

$\omega$



	ayant $\omega$ comme point de fuite	ayant un point de distance comme point de fuite	ayant un point de fuite sur la ligne d'horizon
(CG) est une droite			
(CH) est une droite			
(CE) est une droite			

*Le dessin est à compléter et à rendre avec la copie.*

Annexe N°3

