

BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE

SESSION 2008

Épreuve : MATHÉMATIQUES	Série : Sciences et Technologies de la Gestion (STG) Spécialité : mercatique, comptabilité et finance d'entreprise et gestion des systèmes d'information
Durée de l'épreuve : 3 heures	Coefficient : 3

L'usage des calculatrices et des instruments de géométrie est indispensable.

L'usage des formulaires de mathématiques n'est pas autorisé.

Une feuille de papier millimétré est fournie et à rendre avec la copie.

L'épreuve comporte 6 pages numérotées de 1/6 à 6/6

Dès que le sujet est remis, assurez-vous qu'il est complet et que toutes les pages sont imprimées.

Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.

Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

EXERCICE 1 : (4 points)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).

Pour répondre, on demande de noter le numéro de la question et d'indiquer la réponse exacte (A, B ou C).

Pour chaque question une seule des trois réponses est correcte.

- Une réponse juste rapporte 1 point ; une réponse fausse enlève 0,25 point et l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point.
- Si le total des points est négatif, la note attribuée à l'exercice est ramenée à 0.

Question 1 : Un article subit une diminution de 20%. Pour qu'il retrouve son prix initial, il faut :

Réponse A : L'augmenter de 20% Réponse B : Diviser par 0,8 Réponse C : Ajouter 0,8

Question 2 : Le prix d'un article a d'abord été doublé puis ensuite triplé. Le taux d'évolution global est :

Réponse A : 600%

Réponse B : 500%

Réponse C : 400%

Question 3 :

Année	2005	2006
Chiffre d'affaires (milliers d'euros)	25 000	42 000

Le taux annuel d'évolution du chiffre d'affaires (arrondi au dixième) entre 2005 et 2006 est :

Réponse A : 0,30

Réponse B : 1,68

Réponse C : 0,68

Question 4 : Le nombre d'internautes en Europe était en 2001 de 143,3 millions d'individus. En prenant ce nombre pour base 100, on obtient pour 2002 un indice égal à 133,2. Le nombre d'internautes en Europe, en millions, en 2002 est d'environ :

Réponse A : 176,5

Réponse B : 190,9

Réponse C : 107,6

EXERCICE 2 : (4 points)

Monsieur François va ouvrir un marché « puces et brocante » sur son terrain. Il y a délimité 120 emplacements. L'installation des exposants commencera à 6h, le dernier exposant devra avoir fini de s'installer à 8h.

Il prévoit que chaque exposant arrivant :

- avec une voiture, paiera 10 euros de redevance et disposera de deux emplacements pour installer son stand,
- avec un fourgon, paiera 16 euros de redevance et disposera de trois emplacements.

Il faut en moyenne 1min à une voiture pour se garer et 4min à un fourgon.

Pour des raisons de sécurité, chaque exposant ne peut commencer à se garer que lorsque le précédent a fini de se garer.

Monsieur François souhaite déterminer le nombre de voitures et le nombre de fourgons nécessaires pour que sa recette soit maximale.

Partie A : On note x le nombre de voitures et y le nombre de fourgons.

1) Ecrire un système d'inéquations correspondant aux contraintes du problème.

2) En utilisant la feuille de papier millimétré fournie, déterminer graphiquement l'ensemble des points M du plan dont les coordonnées vérifient le système (S) suivant avec comme unité graphique : 1 cm pour 5 unités sur les deux axes. On hachurera la partie du plan qui ne convient pas.

$$(S) \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ y \leq -\frac{2}{3}x + 40 \\ y \leq -\frac{1}{4}x + 30 \end{cases}$$

3) Après avoir justifié le lien entre les questions 1 et 2, préciser si Monsieur François peut accueillir :

- a. 50 voitures et 20 fourgons ?
- b. 30 voitures et 15 fourgons ?
- c. 24 voitures et 24 fourgons ?

Partie B : On note R la recette de la journée.

1) Exprimer R en fonction de x et y .

2) Montrer que la droite D d'équation $y = -\frac{5}{8}x + 10$ correspond à une recette de 160 euros.

3) a. Représenter la droite D dans le repère précédent.

b. Trouver le couple d'entiers $(x ; y)$ qui permet d'obtenir la recette maximale.

c. Calculer alors cette recette maximale et répondre au problème posé.

EXERCICE 3 : (6 points)

Ulysse, Victor et Walter sont nés tous les trois le 1^{er} Janvier 2008.

A leur naissance, leurs pères respectifs ont décidé de leur mettre de l'argent de côté.

Le père d'Ulysse dépose 100 euros le 1^{er} Janvier 2008 dans son coffre-fort et y ajoutera 200 euros tous les ans.

Le père de Victor place 2000 euros le 1^{er} Janvier 2008 à intérêts composés au taux annuel de 3%.

Le père de Walter met 1 euro dans une tirelire le 1^{er} Janvier 2008 puis y mettra 2 euros en 2009, 4 euros en 2010, 8 euros en 2011, 16 euros en 2012 ... Il déposera donc dans la tirelire chaque année, le double de la somme versée l'année précédente.

On note U_n, V_n, W_n , le capitaux acquis par Ulysse, Victor et Walter à l'année 2008 + n .

Partie A : On s'intéresse aux suites (U_n) et (V_n) .

On utilise un tableur. Voici un tableau représentant l'écran, les résultats ayant été demandés à 0,1 près.

	A	B	C
1	n	U_n	V_n
2	0	100	2000
3	1	300	2060
4	2	500	2121.8
5	3	700	2185.5
6	4	900	2251
7	5	1100	2318.5

1) Quelle formule faut-il entrer en B3 pour obtenir par recopie vers le bas, les valeurs des termes de la suite (U_n) ? Quelle formule faut-il entrer en C3 pour obtenir, par recopie vers le bas, les valeurs des termes de la suite la suite (V_n) ?

2) a. Justifier que (U_n) est une suite arithmétique dont on précisera le terme initial et la raison.

b. Justifier que (V_n) est une suite géométrique dont on précisera le terme initial et la raison.

3) A 5 ans Victor dit à Ulysse : « Je suis deux fois plus riche que toi ». Et à 10 ans, est-ce encore vrai ? Justifier votre réponse.

4)a) Exprimer U_n et V_n en fonction de n .

b) A 18 ans, Ulysse et Victor veulent s'acheter chacun une moto qui coûte 3500 euros. Qui pourra le faire ? Justifier.

Partie B : On s'intéresse à la suite (W_n) .

1) Calculer les termes W_1, W_2, W_3 et W_4 .

2) Exprimer W_n en fonction de n .

3) Walter affirme qu'à 18 ans, il pourra acheter 149 motos à 3500 euros. Vrai ou Faux ? Justifier votre réponse.

EXERCICE 4 : (6 points)

Une entreprise de maroquinerie fabrique des sacs.

On désigne par x , le nombre de centaines de sacs fabriqués par jour dans l'entreprise.

Le coût de fabrication de x centaines de sacs, exprimé en centaines d'euros, est donné par

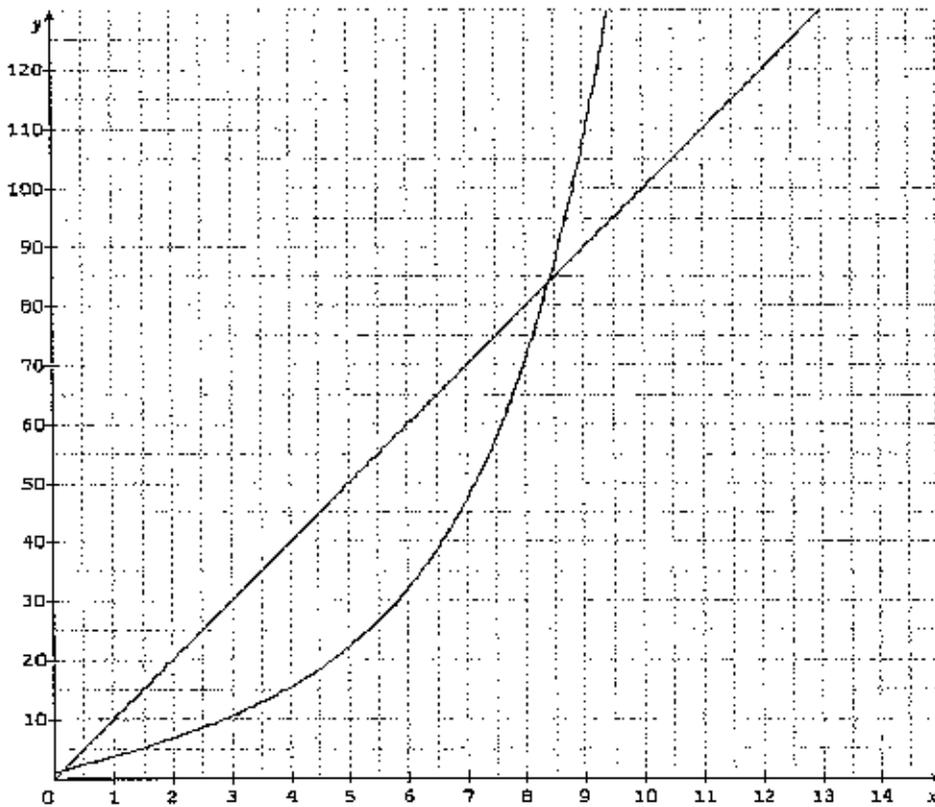
$$C(x) = 2x + e^{0,5x}$$

Chaque sac est vendu 10 euros, on note $R(x)$ la recette, exprimée en centaines d'euros, correspondant à la vente de x centaines de sacs.

$$R(x) = 10x$$

Partie 1 : Lecture graphique

Voici les représentations graphiques des fonctions C et R :



- 1) Parmi ces deux représentations graphiques, quelle est celle de la fonction R ?
- 2) A l'aide du graphique, recopier et compléter le tableau suivant :

x			8
$C(x)$	10		
$R(x)$		40	

- 3) Arrondi à la centaine de sacs, combien de centaines de sacs faut-il fabriquer pour que l'entreprise soit certaine d'être bénéficiaire ?

Partie 2 :

On note $B(x)$ le bénéfice journalier, exprimé en centaines d'euros, réalisé par l'entreprise.

1) Montrer que $B(x) = 8x - e^{0,5x}$.

- 2)
- a. Calculer $B'(x)$. La notation B' désigne la fonction dérivée de la fonction B .
 - b. Montrer que dans $[0 ; 15]$, résoudre $B'(x) \leq 0$ revient à résoudre l'inéquation $e^{0,5x} \geq 16$.
 - c. Dresser le tableau de variation de la fonction B sur $[0 ; 15]$.
 - d. En déduire la valeur exacte de x pour laquelle B admet un maximum. On donnera une valeur arrondie de cette valeur exacte à 10^{-2} .

3) En déduire la valeur maximale du bénéfice arrondi à l'euro.