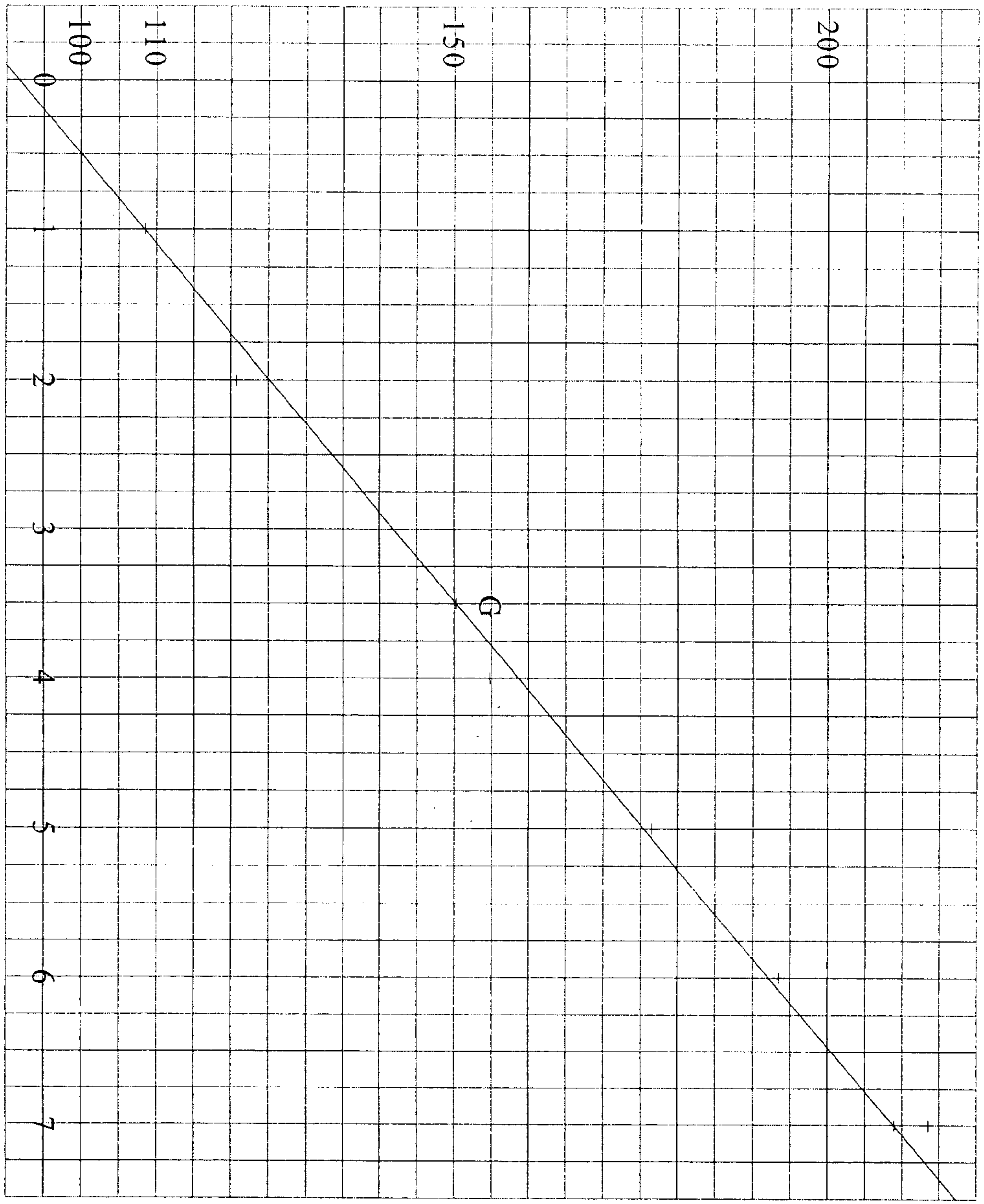
CORRIGE

Ces éléments de correction n'ont qu'une valeur indicative. Ils ne peuvent en aucun cas engager la responsabilité des autorités académiques, chaque jury est souverain.

	BACCALAURÉAT GÉNÉRAL	
Série	ES	**SESSION 2009**
Épreuve	MATHÉMATIQUES	**Durée : 3h**
Coef : **5 (obligatoire)** **7 (Spécialité)**	**ELEMENTS DE CORRECTION**	

Exercice 1 (4 points) *(Commun à tous les candidats)*

Question		Réponse	Compétence évoluée	Commentaires	Points
1		L'indice a augmenté de 113,6 % de 2000 à 2007.			
2		Voir graphique.			
3		$G(3{,}5\ ;\ 150{,}3)$. Voir graphique.			
4	a	D'après la calculatrice, $y = 16{,}75x + 91{,}67$.			
	b	Voir graphique.			
5		En prenant $x = 9$, on trouve $y = 242{,}42$. Au quatrième trimestre 2009, l'indice devrait être d'environ 242,4.			


100
110
150
200
0
1
2
3
4
5
6
7
G

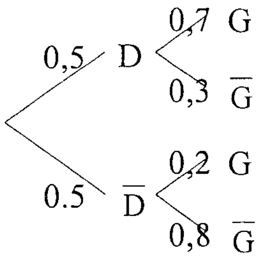
Exercice 2 (5 points) *(Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité)*

Question		Réponse	Compétence évoluée	Commentaires	Points
1	a	$f(0)=4$, $f'(1)=0,75$ et $f'(2)=0$.			
	b	$f'(x)<0$ sur $[-2\,;\,0[$ et sur $]2\,;\,5]$. $f'(x)=0$ pour $x=0$ et $x=2$. $f'(x)>0$ sur $]0\,;\,2[$.			
	c	$f(x)>0$ sur $[-2\,;\,4[$, $f(x)=0$ pour $x=4$, $f(x)<0$ sur $]4\,;\,5]$.			
2	a	g est définie lorsque $f(x)>0$ soit sur $[-2\,;\,4[$.			
	b	$g(-2)=2\ln 3$, $g(0)=2\ln 2$ et $g(2)=\ln 5$.		Toute réponse exacte est acceptée	
	c	g' est du signe de f' sur $[-2\,;\,4[$ donc g est décroissante sur $[-2\,;\,0]$ et sur $[2\,;\,4[$ et g est croissante sur $[0\,;\,2]$.	Raisonner, démontrer, élaborer une démarche	Toute démarche correcte sera valorisée.	
	d	$\lim\limits_{x\to 4} g(x)=-\infty$. La droite d'équation $x=4$ est asymptote à la courbe en 4.			
	e	$\begin{array}{c\|ccccccc\|} x & -2 & & 0 & & 2 & & 4 \\ \hline g(x) & 2\ln 3 & \searrow & 2\ln 2 & \nearrow & \ln 5 & \searrow & -\infty \end{array}$			

Exercice 2 (5 points) *(Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité)*

<table>
<tr><th colspan="3">Question</th><th>Réponse</th><th>Compétence évoluée</th><th>Commentaires</th><th>Points</th></tr>
<tr><td rowspan="5">Partie I</td><td rowspan="4">1</td><td>a</td><td>Oui</td><td rowspan="4">Evaluer , critiquer un résultat, vérifier la validité d'un résultat ou d'une démarche</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>b</td><td>Non</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>c</td><td>Oui</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>d</td><td>Non</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">2</td><td>CDEF est un sous-graphe complet d'ordre 4.
Le nombre chromatique est donc supérieur ou égal à 4.
On trouve une coloration avec 4 couleurs, par exemple :
Première couleur : C et G,
Deuxième couleur : D et A,
Troisième couleur : F et B,
Quatrième couleur : E.
Le nombre chromatique est donc 4.</td><td>Raisonner, démontrer, élaborer une démarche</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="3">Partie II</td><td>L'algorithme de Dijkstra donne comme chemin le plus court ACEFG avec 7 feux tricolores.</td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

Exercice 3 (5 points) *(Commun à tous les candidats)*

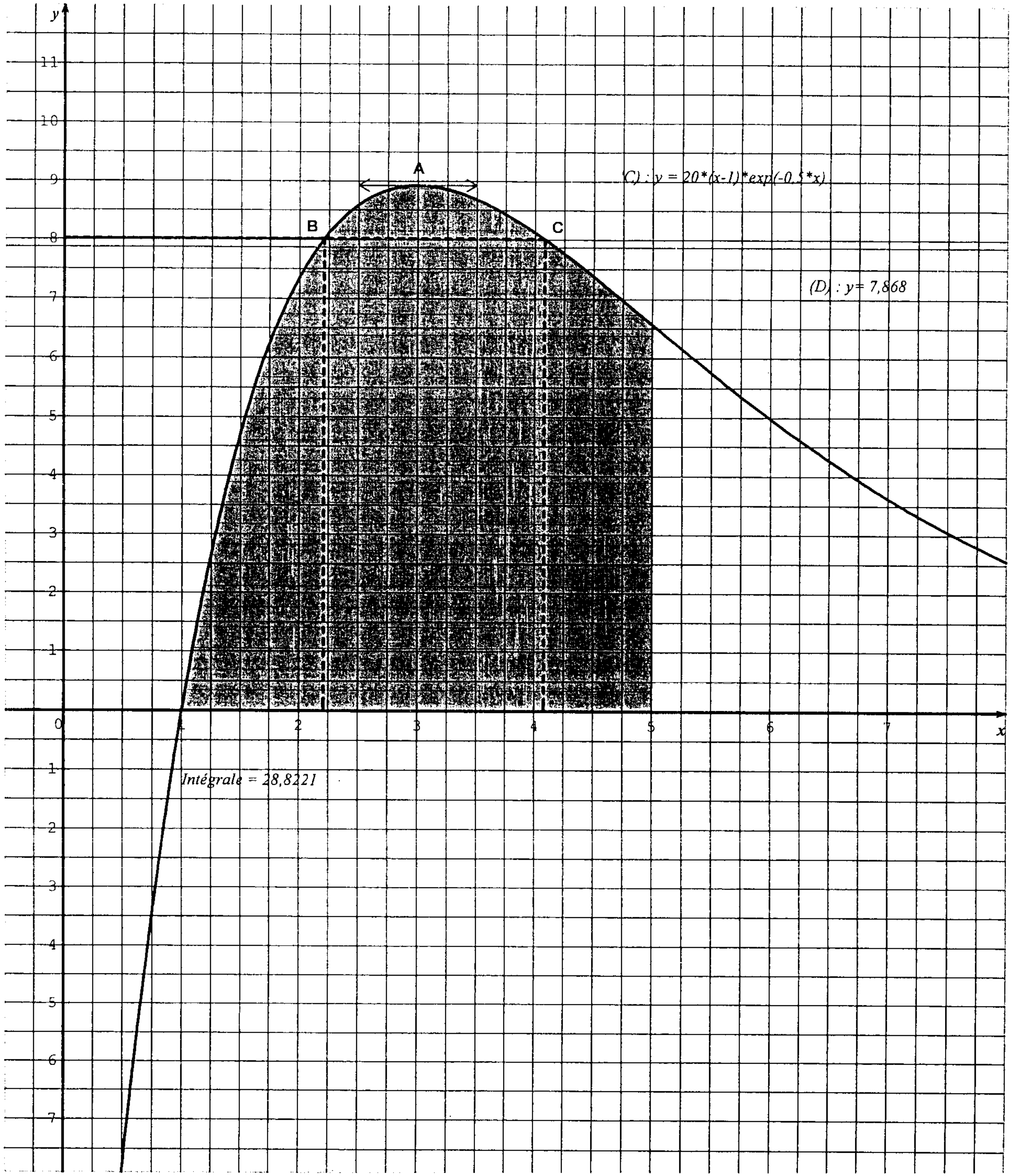
Question		Réponse	Compétence	Commentaires	Points
1	a				
	b	$p(D\cap G)=p(D)\times p_D(G)=0{,}35$			
	c	$p(\overline{D}\cap G)=0{,}5\times 0{,}2=0{,}10$			
	d	$p(G)=p(D\cap G)+p(\overline{D}\cap G)=$ $=0{,}35+0{,}10=0{,}45.$			
	e	$p_G(D)=\dfrac{p(D\cap G)}{p(G)}=\dfrac{0{,}35}{0{,}45}=\dfrac{7}{9}$ donc $p_G(D)\simeq 0{,}778.$			
2		$p(\text{Gagner exactement 2 fois})=3\times 0{,}45^2\times 0{,}55$ donc $p(\text{Gagner exactement 2 fois})\simeq 0{,}334.$			

Exercice 4 (6 points) :

<table>
<tr><th>Question</th><th>Réponse</th><th>Compétences évoluée</th><th>Commentaires</th><th>Points</th></tr>
<tr><td>A.1.a.</td><td>$f'(x) = 20 \times [1 \times e^{-0,5x} + (x - 1) \times (-0,5) \times e^{-0,5x}]$
$f'(x) = 10 \times e^{-0,5x} \times (3 - x)$.</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>A.1.b.</td><td>Comme la fonction exponentielle est à valeur strictement positive sur R et 10 > 0, d'après le signe d'un produit, $f'(x)$ et $3 - x$ ont le même signe. D'où le tableau de variation de la fonction f :
<table>
<tr><td>x</td><td>0,5</td><td></td><td>3</td><td></td><td>8</td></tr>
<tr><td>$f'(x)$</td><td></td><td>+</td><td>0</td><td>–</td><td></td></tr>
<tr><td>$f(x)$</td><td>$-10e^{-0,25}$</td><td>↗</td><td>$40e^{-1,5}$</td><td>↘</td><td>$140e^{-4}$</td></tr>
</table></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>A.2.</td><td>Voir figure annexe.</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>A.3.</td><td>F est dérivable sur l'intervalle [0,5 ; 8] et F' = f.
donc F est une primitive de la fonction f sur l'intervalle [0,5 ; 8].</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>A.4.</td><td>$I = \int_{1,5}^{5} f(x)\,dx$. $I = F(5) - F(1,5)$
$I = -240\,e^{-2,5} + 100\,e^{-0,75}$.</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>B.1.a.</td><td>$f(2,2) \approx 7,989$ donc la fabrication mensuelle de 220 bicyclettes permet un bénéfice mensuel de 7989 €.</td><td rowspan="2">Montrer une certaine autonomie dans le traitement de l'information</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>B.1.b.</td><td>$f(4.08) \approx 8,010$ donc la fabrication mensuelle de 408 bicyclettes permet un bénéfice mensuel de 8010 €.</td><td></td><td></td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>B.2.a.</td>
<td>L'entreprise ne travaille pas à perte signifie qu'elle réalise un bénéfice mensuel positif ou nul.
Il s'agit donc de résoudre dans sur l'intervalle [0,5 ; 8] l'inéquation
(1) $f(x) \geq 0$. On peut le faire algébriquement :
Comme la fonction exponentielle est à valeur strictement positive sur $\mathbf{R}$ et qu'on a 20 >0, les inéquations $f(x) \geq 0$ et $x - 1 \geq 0$ ont les mêmes solutions sur l'intervalle [0,5 ; 8].
L'ensemble des solutions de l'inéquation (1) est l'intervalle [1 ; 8].
L'entreprise est bénéficiaire pour une production mensuelle comprise entre 100 et 800 bicyclettes.</td>
<td rowspan="2">Montrer une certaine autonomie dans le traitement de l'information</td>
<td>Tout réponse correctement argumentée utilisant le tableau de variation ou la courbe représentative de la fonction f sera acceptée.</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>B.2.b.</td>
<td>D'après le tableau de variation de la fonction f, cette fonction admet sur l'intervalle [1 ; 8] un maximum qui est $40e^{-1,5}$ atteint pour $x = 3$.
$40e^{-1,5} \approx 8,925$.

L'entreprise réalise un bénéfice mensuel maximal de 8925 € pour une production de 300 bicyclettes.</td>
<td>Tout réponse correctement argumentée utilisant le tableau de variation ou la courbe représentative de la fonction f sera acceptée.</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>B.2.c.</td>
<td>On peut utiliser le tableau de variation de la fonction f correctement complété avec les solutions dans l'intervalle [0,5 ; 8], notées α et β, de l'équation $f(x) = 8$ ainsi que les tableaux de valeurs suivants :
<table>
<tr><td>x</td><td>2,20</td><td>α</td><td>2,21</td></tr>
<tr><td>$f(x)$</td><td>7,989</td><td>8</td><td>8,015</td></tr>
</table>
<table>
<tr><td>x</td><td>4,08</td><td>β</td><td>4,09</td></tr>
<tr><td>$f(x)$</td><td>9,010</td><td>8</td><td>7,996</td></tr>
</table>
L'entreprise réalise un bénéfice mensuel d'au moins 8000 € pour une production mensuelle comprise entre 221 et 408 bicyclettes.</td>
<td>Raisonner, démontrer, élaborer une démarche</td>
<td>Toute démarche correcte sera valorisée.</td>
<td></td>
</tr>
</table>



Graphique de l'exercice 4 à l'échelle 3/4