BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

SESSION 2009

MATHÉMATIQUES

OBLIGATOIRE

Série : ES

Durée de l'épreuve : 3 heures.

Coefficient : 5

Ce sujet comporte 6 pages numérotées de 1 à 6.

Du papier millimétré est mis à la disposition des candidats.

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

Le sujet est composé de QUATRE exercices indépendants.
Le candidat doit traiter tous les exercices.

Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée. Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Exercice 1 (5 points)

(Commun à tous les candidats)

On considère une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-2\ ;\ 4]$.

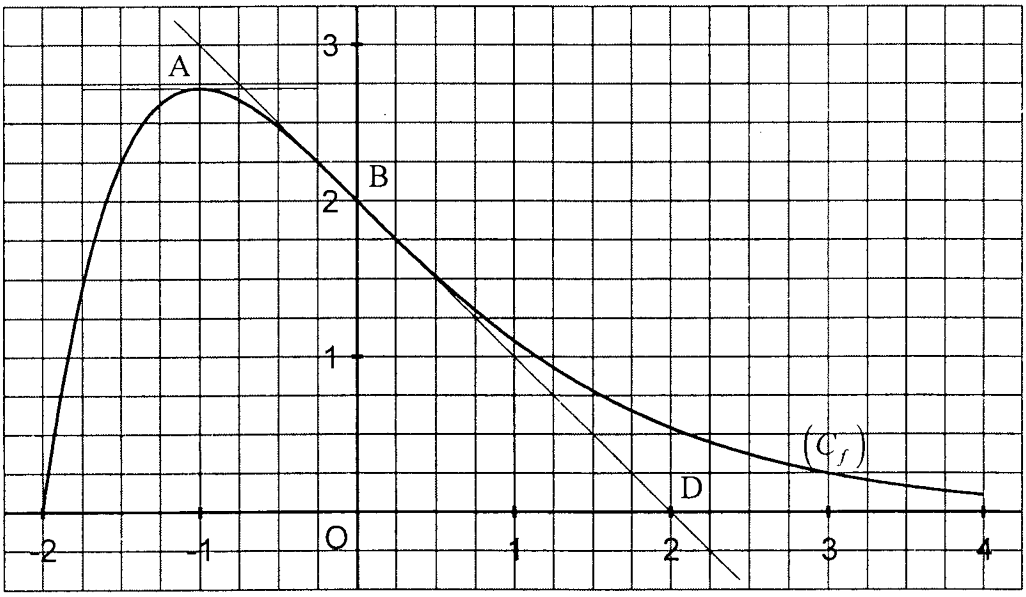
On note f' la fonction dérivée de la fonction f.

La courbe (C_f), tracée ci-dessous, représente la fonction f dans le plan muni d'un repère orthonormal d'unité graphique 2 cm.

On note e le nombre réel tel que $\ln e = 1$. La courbe (C_f) passe par les points B (0 ; 2) et A (–1; e).

Elle admet au point A une tangente parallèle à l'axe des abscisses.

La tangente (T) au point B à la courbe (C_f) passe par le point D (2 ; 0).



1. En utilisant les données graphiques, donner **sans justifier** :

a. le nombre de solutions sur l'intervalle $[-2\ ;\ 4]$ de l'équation $f(x)=1$ et un encadrement d'amplitude 0,25 des solutions éventuelles.

b. la valeur de $f'(-1)$.

c. le signe de la dérivée f' de la fonction f sur l'intervalle $[-2\ ;\ 4]$.

2. *Dans cette question, toute trace de recherche même incomplète ou d'initiative même non fructueuse sera prise en compte dans l'évaluation.*

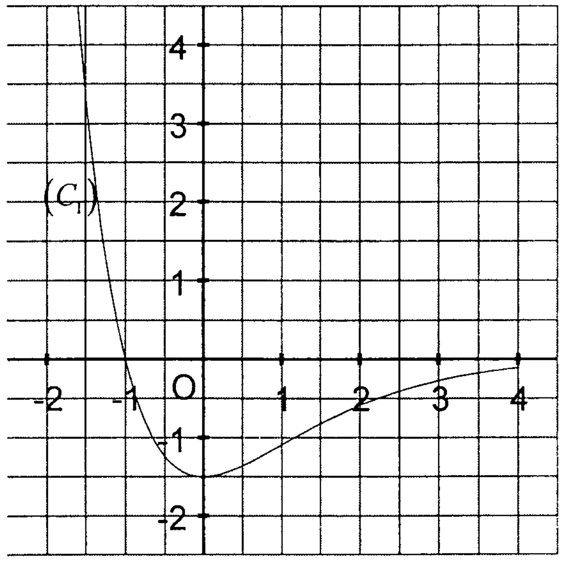
Donner **en justifiant** :

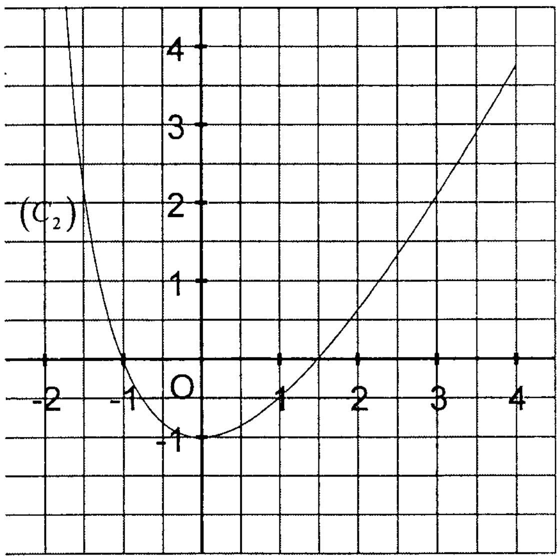
a. le coefficient directeur de la tangente (T).

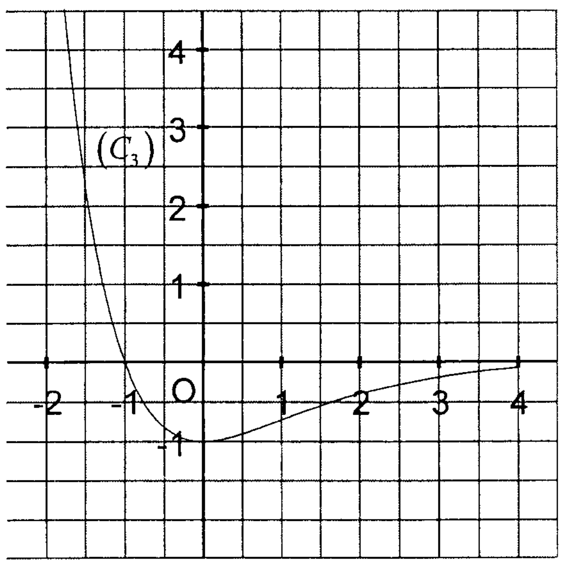
b. l'encadrement par deux entiers naturels consécutifs de l'intégrale $\int_{-1}^{0} f(x)\,dx$.

c. celle des trois courbes (C_1), (C_2) et (C_3) données en **annexe** qui représente la fonction dérivée f' de la fonction f.

Annexe de l'exercice 1







Exercice 2 (5 points)

(pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité)

Dans un lycée général et technologique, il y a 1400 lycéens : des élèves de seconde, première ou terminale, et des étudiants en sections de technicien supérieur (STS).

Pour pouvoir disposer des collections de manuels scolaires, tous les lycéens doivent adhérer à la coopérative scolaire et payer une location annuelle d'un montant de 50 € pour les élèves et 60 € pour les étudiants.

Sur l'ensemble des adhérents à la coopérative scolaire, 62,5 % sont les élèves de seconde, première ou terminale. Les autres sont les étudiants de STS.
Depuis quelques années, les élèves de seconde, première ou terminale disposent de chèques-lire avec lesquels ils peuvent régler cette location :

- 40 % paient leur location à l'aide de ces chèques-lire,
- 56 % paient par chèque bancaire,
- les autres paient par mandat ou en liquide.

Les étudiants en STS ne disposent pas de chèques-lire :

- 96 % paient par chèque bancaire,
- les autres paient par mandat ou en liquide.

Les parties I et II sont indépendantes.

Partie I.

Les 1400 lycéens, élèves comme étudiants, adhèrent à cette coopérative.

1. Calculer le montant des versements effectués par chèques bancaires.

2. Calculer le pourcentage du montant total des locations que cette somme représente.

Partie II.

On prend au hasard la fiche d'un adhérent à la coopérative scolaire parmi les 1400 fiches.
On note :

- L l'événement « l'adhérent est un élève » ;
- E l'événement « l'adhérent est un étudiant en STS » ;
- C l'événement « l'adhérent paie avec ses chèques-lire » ;
- B l'événement « l'adhérent paie avec un chèque bancaire » ;
- A l'événement « l'adhérent paie par un autre mode de paiement ».

1. Traduire à l'aide d'un arbre pondéré la situation décrite ci-dessus.

2. a. Calculer la probabilité que l'adhérent soit un élève ayant payé sa location à l'aide de chèques-lire.
b. Calculer la probabilité que l'adhérent soit un étudiant en STS ayant payé sa location à l'aide d'un chèque bancaire.
c. Démontrer que la probabilité que l'adhérent ait payé par chèque bancaire est de 0,71.

3. Un adhérent a payé par chèque bancaire. Calculer la probabilité que ce soit un élève.

Exercice 3 **(5 points)**
(Commun à tous les candidats)

Pour établir le prix unitaire le plus adapté d'un produit, une société effectue une étude statistique. Le tableau suivant indique le nombre d'acheteurs, exprimé en milliers, correspondant à un prix unitaire donné, exprimé en euros :

Prix en euros : x_i	4	5	6	7	8	9	10	11
Nombre d'acheteurs en milliers : y_i	125	120	100	80	70	50	40	25

1. Représenter le nuage des points $M_i\,(x_i\,;\;y_i)$ dans le plan (P) muni d'un repère orthogonal d'unités graphiques 1 cm pour un euro sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 10 milliers d'acheteurs sur l'axe des ordonnées.

2. **a.** Déterminer l'équation $y = ax + b$ de la droite (D) d'ajustement affine de y en x, obtenue par la méthode des moindres carrés. Les coefficients a et b seront arrondis à l'unité.

b. Tracer la droite (D) dans le plan (P).

c. En utilisant l'ajustement affine précédent, estimer graphiquement, à l'euro près, le prix unitaire maximum que la société peut fixer si elle veut conserver des acheteurs.

3. **a.** En utilisant l'ajustement affine précédent, justifier que la recette $R(x)$, exprimée en milliers d'euros, en fonction du prix unitaire x d'un objet, exprimé en euros, vérifie :

$$R(x) = -15x^2 + 189x.$$

b. Étudier le sens de variation de la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;+\infty[$ par

$$f(x) = -15x^2 + 189x.$$

c. Quel conseil peut-on donner à la société ? Argumenter la réponse.

Exercice 4 (5 points)

(*Commun à tous les candidats*)

On considère la fonction f définie pour tout nombre réel x par $f(x) = (x^2 - x + 1)e^{-x}$.

On note (C_f) la courbe représentative de la fonction f dans le plan (P) muni d'un repère orthogonal.

1. **a.** Déterminer la limite de la fonction f en $-\infty$.

b. En remarquant que, pour tout nombre réel x, $f(x) = \frac{x^2}{e^x} - \frac{x}{e^x} + \frac{1}{e^x}$, déterminer la limite de la fonction f en $+\infty$.

Interpréter graphiquement le résultat.

2. On note f' la fonction dérivée de la fonction f.

a. Démontrer que, pour tout nombre réel x, $f'(x) = (-x^2 + 3x - 2)e^{-x}$.

b. Établir le tableau de variation de la fonction f sur l'ensemble des nombres réels.

3. Donner une équation de la tangente (T) à la courbe (C_f) en son point d'abscisse 0.

4. On prend comme unités graphiques : 2 cm sur l'axe des abscisses et 20 cm sur l'axe des ordonnées. Tracer la droite (T) et la courbe (C_f) sur l'intervalle $[0\ ;\ 8]$ dans le plan (P).

5. **a.** Déterminer graphiquement le nombre de solutions sur l'intervalle $[0\ ;\ 8]$ de l'équation $f(x) = 0,4$.

b. À l'aide de la calculatrice, donner la valeur arrondie au centième de la plus grande des solutions de l'équation considérée à la question 5.a.