EXERCICE 1 **5 points**

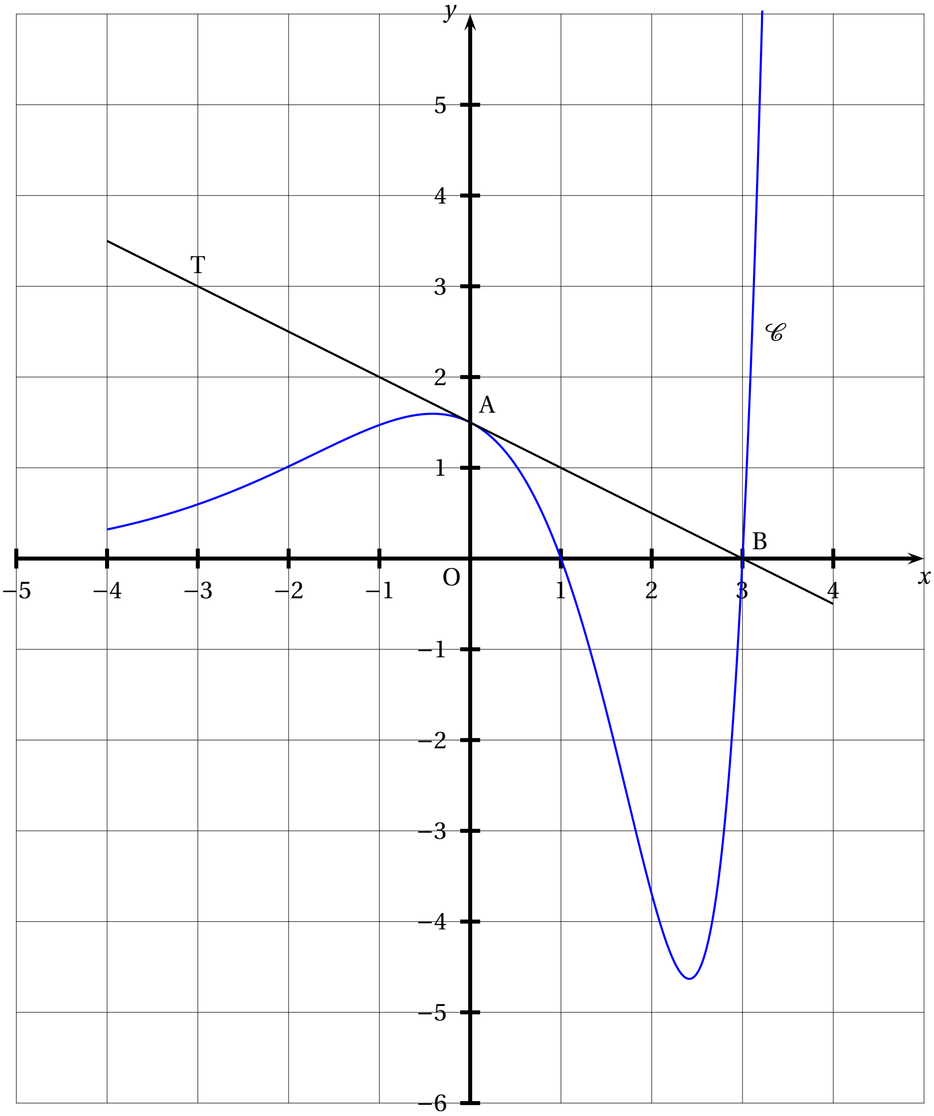
Commun à tous les candidats

QCM

Pour chacune des questions, une seule des réponses A, B ou C est exacte.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.

Barème : une réponse exacte rapporte 1 *point, une réponse fausse enlève* 0,25 *point, l'absence de réponse ne rapporte aucun point et n'en enlève aucun. Si le total des points est négatif la note globale attribuée à l'exercice est* 0.

La courbe $\mathscr{C}$ ci-dessous est une partie de la courbe représentative, dans un repère orthogonal, d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $\mathrm{I} = [-4\,;\,4]$. La droite T tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point A(0 ; 1,5) passe par le point B(3 ; 0). On note f' la fonction dérivée de f.



1. $f'(0)$ est égal à :

   Réponse A : 1,5 Réponse B : $-0,5$ Réponse C : 0,5

2. $f'(x) \leqslant 0$ si x appartient à l'intervalle :

   Réponse A : $[-4~;~-1]$ Réponse B : $[1~;~3]$ Réponse C : $[0~;~1]$

3. $\displaystyle\int_{-2}^{0} f(x)\,\mathrm{d}x$ est un nombre de l'intervalle :

   Réponse A : $[0~;2]$ Réponse B : $[2~;4]$ Réponse C : $[4~;6]$

4. L'équation $\ln[f(x)] = 0$ a exactement :

   Réponse A : 1 solution Réponse B : 2 solutions Réponse C : 3 solutions

5. Soit la fonction g définie sur l'intervalle $[-4~;~1[$ par $g(x) = \dfrac{1}{f(x)}$. La fonction g est croissante sur l'intervalle :

   Réponse A : $[-3~;~-1]$ Réponse B : $[-2~;~1[$ Réponse C : $[0~;~1[$

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Le tableau ci-dessous donne en euros le montant des remboursements annuels y_i effectués de 2003 à 2007 par un ménage, à la suite de divers emprunts :

Année	2003	2004	2005	2006	2007
Rang x_i de l'année	1	2	3	4	5
y_i	6 096	7 602	9 170	11 155	15 385

1. Construire le nuage de points $M_i\left(x_i~;~y_i\right)$, avec i compris entre 1 et 5, associe à cette série statistique. On prendra comme unité graphique 2 cm pour 1 en abscisse et 1 cm pour 1 000 euros en ordonnée.

   On commencera les graduations au point de coordonnées (0 ; 6 000).

2. On pose, pour i variant de 1 à 5, $z_i = \ln y_i$.

   a. Calculer z_i en arrondissant les valeurs à 10^{-3} près.

   b. Déterminer, à l'aide de la calculatrice, une équation de la droite d'ajustement de z en x, obtenue par la méthode des moindres carrés. Les coefficients obtenus à l'aide de la calculatrice seront arrondis au centième.

   c. En déduire que l'on peut écrire une relation entre y et x sous la forme : $y = \mathrm{Ae}^{\mathrm{B}x}$ avec $\mathrm{A} \approx 4\,817$ et $\mathrm{B} \approx 0,22$.

   d. En supposant, que cet ajustement reste valable en 2008, estimer le montant des remboursements annuels de ce ménage en 2008, arrondi à l'euro.

3. **Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.**

   Ce ménage disposait de 50 000 euros de revenu annuel en 2006. On estime que son revenu annuel augmente de 2 % par an.

   La banque alerte ses clients lorsque le montant des remboursements des emprunts dépasse le tiers du montant des revenus.

   En quelle année la banque alertera-t-elle ce ménage ? Justifier.

EXERCICE 3 **5 points**

Commun à tous les candidats

Un club de natation propose à ses adhérents trois types d'activité : la compétition, le loisir ou l'aquagym. Chaque adhérent ne peut pratiquer qu'une seule des trois activités.

30 % des adhérents au club pratiquent la natation en loisir, 20 % des adhérents au club pratiquent l'aquagym et le reste des adhérents pratiquent la natation en compétition.

Cette année, le club propose une journée de rencontre entre tous ses adhérents. 20 % des adhérents de la la section loisir et un quart des adhérents de la section aquagym participent à cette rencontre. 30 % des adhérents de la section compétition ne participent pas à cette rencontre.

On interroge au hasard une personne adhérente à ce club. On considère les évènements suivants :

A « La personne interrogée pratique l'aquagym »,
C « La personne interrogée pratique la natation en compétition »,
L « La personne interrogée pratique la natation en loisir »,
R « La personne interrogée participe à la rencontte » et $\overline{\text{R}}$ son événenement contraire.

1. Traduire les données de l'énoncé à l'aide d'un arbre pondéré.
2. **a.** Calculer la probabilité que la personne interrogée pratique la natation en compétitio qu'elle participe à la rencontre.

   b. Le président du club déplore que plus de la moitié des adhérents ne participent pas à la rencontre. Justifier son affirmation par un calcul.
3. On interroge une personne au hasard lors de la rencontre. Calculer la probabilité qu'elle soit dans la section compétition. *Donner une valeur approchée du résultat arrondie à* 10^{-2} *près.*
4. Les tarifs du club pour l'année sont les suivants : l'adhésion à la section compétition est de 100 € et l'adhésion à la section loisir ou à l'aquagym est de 60 €. De plus, une somme de 15 € est demandée aux adhérents qui participent à la rencontre.

   On appelle S la somme annuelle payée par un adhérent de ce club (adhésion et participation éventuelle à la rencontre).

   a. Recopier et compléter le tableau suivant donnant la loi de probabilité de S :

S_i	60	75	100	115
p_i		0,11		0,35

   b. Calculer l'espérance mathématique de S et interpréter ce nombre.

EXERCICE 4 **5 points**

Commun à tous les candidats

I. Étude d'une fonction

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$ par :

$$f(x) = 0,5x + \text{e}^{-0,5x+0,4}.$$

1. Calculer $f'(x)$ où f' désigne la fonction dérivée de f sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$.
2. Étudier les variations de f sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$ et vérifier que f admet un minimum en 0,8.

II. Application économique

Une entreprise fabrique des objets. $f(x)$ est le coût total de fabrication, en milliers d'euros, de x centaines d'objets. Chaque objet fabriqué est vendu 6 €.

1. Quel nombre d'objets faut-il produire pour que le coût total de fabrication soit minimum ?
2. Le résultat (recette moins coûts), en milliers d'euros, obtenu par la vente de x centaines d'objet est : $R(x) = 0,1x - \mathrm{e}^{-0,5x+0,4}$.
   a. Étudier les variations de R sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$.
   b. Montrer que l'équation $R(x) = 0$ a une unique solution α dans l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$. Déterminer un encadrement de α à 10^{-2} près.
   c. En déduire la quantité minimale d'objets à produire afin que cette entreprise réalise un bénéfice sur la vente des objets.