Bac ES – La Réunion – juin 2009

<u>Exercice 1 (4 points)</u>

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chaque question, trois réponses sont proposées. Une seule de ces réponses est exacte.

Aucune justification n'est demandée. Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse.

Le barème sera établi comme suit : pour une réponse exacte, 1 point ; pour une réponse fausse ou l'absence de réponse, 0 point.

1. On connaît les probabilités suivantes : $p(\mathrm{A}) = 0{,}23$; $p(\mathrm{B}) = 0{,}56$ et $p(\mathrm{A} \cap \mathrm{B}) = 0{,}11$.
Alors :

A. $p(\mathrm{A} \cup \mathrm{B}) = 0{,}79$ **B**. $p(\mathrm{A} \cup \mathrm{B}) = 0{,}68$ **C**. $p(\mathrm{A} \cup \mathrm{B}) = 0{,}9$

2. x est un réel strictement positif. La limite de $(1 - \ln x)$ en 0 est :

A. 1 **B**. $-\infty$ **C**. $+\infty$

3. Le prix d'un article a doublé en dix ans. L'augmentation annuelle moyenne du prix de cet article, à 1 % près, est de :

A. 7 % **B**. 10 % **C**. 50 %

4. Parmi les fonctions suivantes, laquelle est une primitive de la fonction f, définie pour tout x réel par $f(x) = \mathrm{e}^{3x}$:

A. $F(x) = \mathrm{e}^{3x}$ **B**. $F(x) = \frac{1}{3}\mathrm{e}^{3x} + 5$ **C**. $F(x) = 3\mathrm{e}^{3x} + 5$

Exercice 2 (4 points)

Commun à tous les candidats

On considère la fonction f définie sur [–2 ; 2] par $f(x) = (x - 1)e^{x} + 2$. On note f' sa dérivée.

1. Donner une valeur approchée à 10^{-2} près de $f(-2)$, $f(0)$ et $f(2)$.

2. Calculer $f'(x)$. Donner le tableau de variations de f sur [–2 ; 2].

3. ***Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation***.
On considère les points A (1 ; 2) et B (0 ; 2 – e). Démontrer que la droite (AB) est la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point A.

4. Sur la feuille de papier millimétré, construire avec précision la représentation graphique $\mathscr{C}_f$ et f dans un repère orthogonal (unités : 4 cm en abscisse et 1 cm en ordonnée).

5. On admet que la fonction F définie par $F(x) = (x - 2)e^{x} + 2x$ est une primitive de la fonction f sur [–2 ; 2]. Hachurer la partie $\mathscr{A}$ du plan délimitée par les axes du repère, la droite d'équation $x = 2$ et la courbe $\mathscr{C}_f$. Calculer la mesure en cm² de l'aire $\mathscr{A}$.

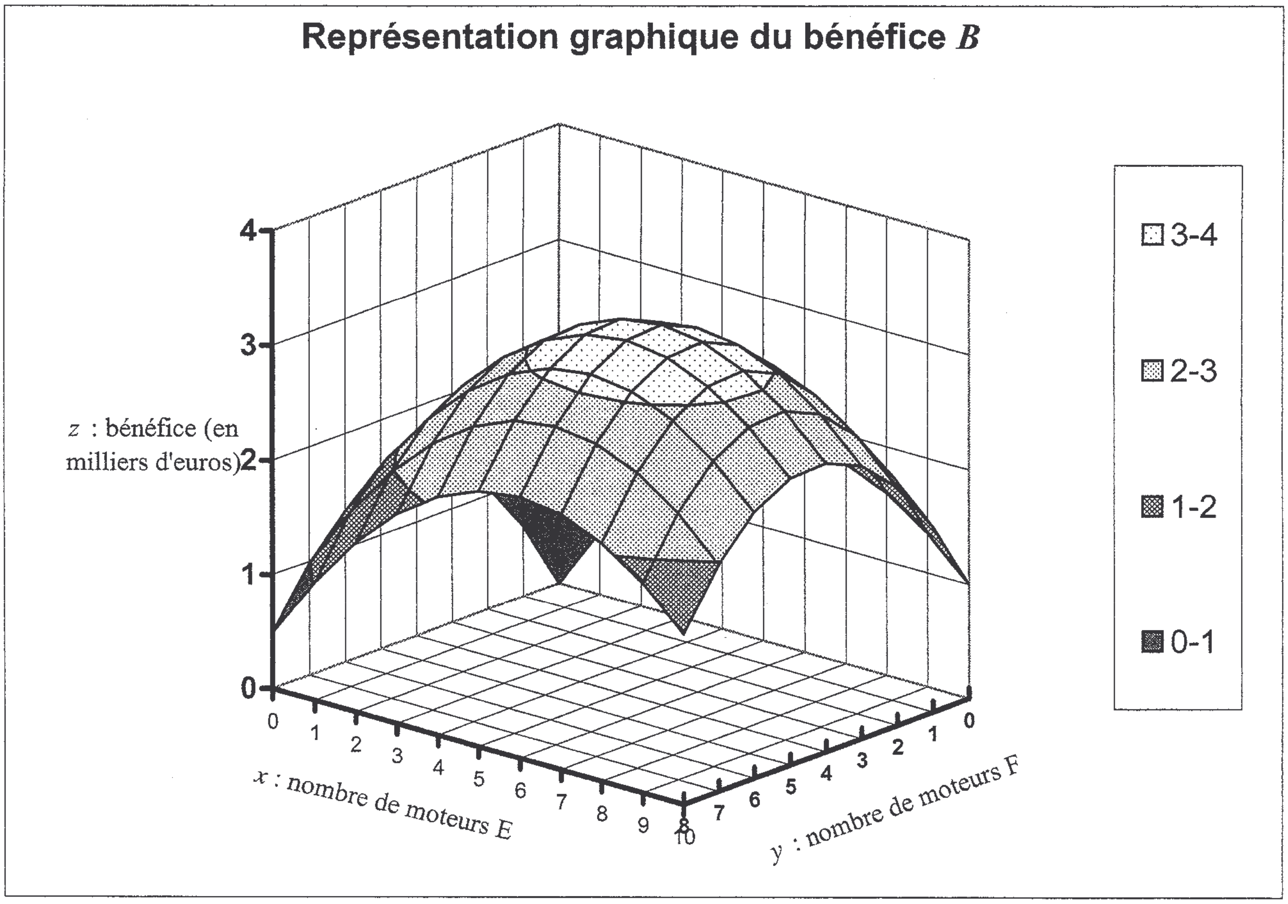
Exercice 3 (5 points)

Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Une usine produit deux types E et F de moteurs.
Le bénéfice B, exprimé en milliers d'euros, pour une production journalière de x moteurs E et y moteurs F est : $B(x\ ;\ y) = -0{,}05x^2 - 0{,}08y^2 + 0{,}6x + 0{,}7y$.
On admet que la production totale est vendue et que $0 \leqslant x \leqslant 10$; $0 \leqslant y \leqslant 8$.

1. Calculer le bénéfice réalisé avec :
   a. Une production de 7 moteurs E et de 5 moteurs F.
   b. Une production de 10 moteurs E et aucun moteur F.

2. La fonction B est représentée par la surface S (figure ci-dessous).
   L'usine veut obtenir un bénéfice dépassant 3 000 €. Par lecture graphique de B :
   a. Si l'usine fabrique 6 moteurs F, indiquer le nombre de moteurs E qu'il faut produire pour atteindre cet objectif. Préciser les différentes possibilités.
   b. Si l'usine fabrique 8 moteurs E, indiquer le nombre de moteurs F qu'il faut produire pour atteindre cet objectif. Préciser les différentes possibilités.



3. La demande contraint l'usine à fabriquer autant de moteurs E que de moteurs F. Dans ce cas :
   a. Exprimer, en fonction de x, le bénéfice B réalisé, lorsque x varie de 0 à 8.
   b. Déterminer la production permettant de réaliser le bénéfice maximal.
   Calculer ce bénéfice maximal exprimé en euros.

Exercice 3 (5 points)

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Dans cet exercice, donner les réponses sous forme de nombres décimaux qui ne seront pas arrondis.

Un concessionnaire automobile vend deux versions de voitures pour une marque donnée : routière ou break. Pour chaque version il existe deux motorisations : essence ou diesel. Le concessionnaire choisit au hasard un client ayant déjà acheté une voiture.

On note : R l'événement : « la voiture achetée est une routière » ;
B l'événement : « la voiture achetée est une break » ;
E l'événement : « la voiture est achetée avec une motorisation essence » ;
D l'événement : « la voiture est achetée avec une motorisation diesel ».

On sait que :

- 65 % des clients achètent une voiture routière.
- Lorsqu'un client achète une voiture break, il choisit dans 85 % des cas la motorisation diesel.
- 27,3 % des clients achètent une voiture routière avec une motorisation diesel.

1. Quelle est la probabilité $p(\mathrm{R})$ de l'événement R ?

2. **a.** Construire l'arbre de probabilité complet.
b. Démontrer que $p_{\mathrm{R}}(\mathrm{D}) = 0{,}42$ (probabilité de D sachant R).

3. Calculer $p(\mathrm{D})$.

4. Lorsque le concessionnaire a choisi au hasard un client, on note x le prix de vente (en milliers d'euros) de la voiture achetée.
Compléter le tableau de la feuille annexe donnant la loi de probabilité de x.
Calculer le tableau de la feuille annexe donnant la loi de probabilité de x.
Calculer l'espérance mathématique de x. Quelle interprétation peut-on en donner ?

ANNEXE (à compléter et à rendre avec la copie)

Version	**Routière**		**Break**	
Motorisation	**Essence**	**Diesel**	**Essence**	**Diesel**
x_i : prix de vente (en milliers d'euros)	15	18	17	20
P_i : probabilité		0,273		

Exercice 4 (7 points)

Commun à tous les candidats

La ville de Sirap étudie les flux de sa population et enregistre, chaque année, y centaines de nouveaux résidants et z centaines de résidants quittant la ville.
Le tableau ci-dessous indique les flux pour cinq années :

Année	2000	2002	2004	2006	2008
Rang de l'année : x_i	0	2	4	6	8
Nouveaux résidants (en centaines) : y_i	9,71	10,95	10,83	11,95	11,99
Départs de résidants (en centaines) : z_i	9,6	11,79	12,63	12,9	13,18

Partie A

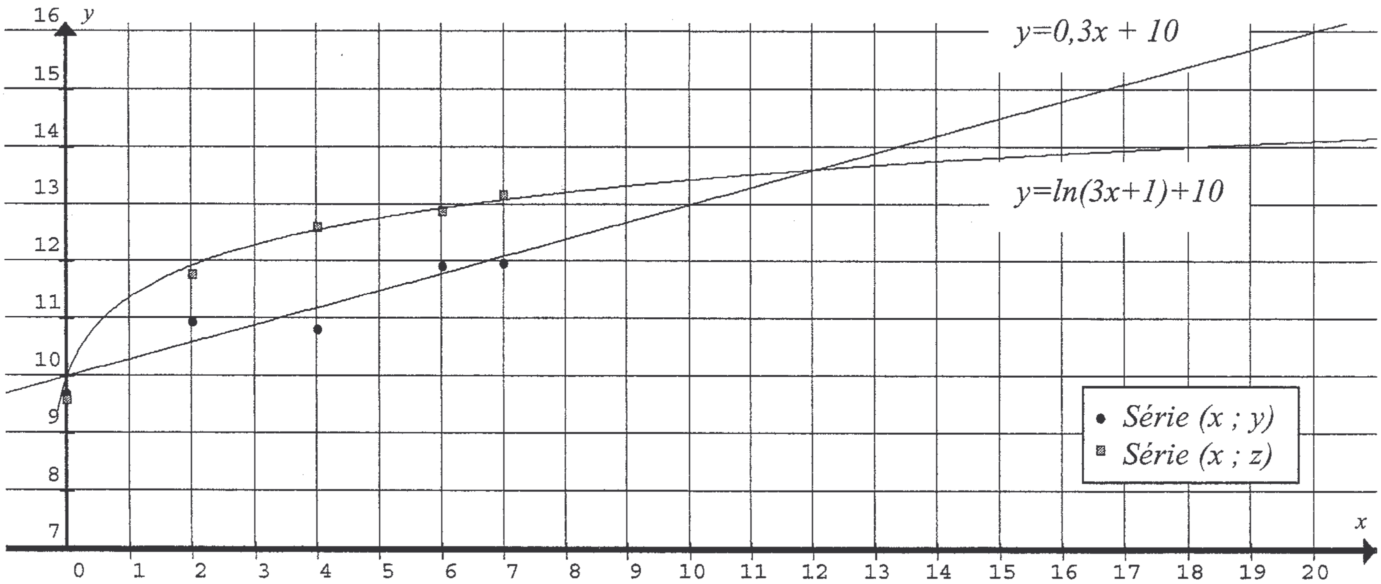
Pour la série statistique $(x_i\,;\,y_i)$, donner une équation de la droite d'ajustement D et y en x, obtenue par la méthode des moindres carrés (arrondir les coefficients au centième).

Partie B

Dans toute la suite de l'exercice 4, on admettra le modèle d'ajustement $y = f(x)$ et $y = g(x)$ avec :

$$f(x) = 0{,}3x + 10 \text{ pour la série } (x_i\,;\,y_i) \text{ et } g(x) = \ln(3x+1) + 10 \text{ pour la série } (x_i\,;\,z_i).$$

Les nuages de points et les courbes représentatives de f et g sont donnés dans la figure ci-dessous :



1. En utilisant ces ajustements :
   a. Calculer à partir de quelle année le nombre de nouveaux résidants dépasserait 1400.
   b. Calculer à partir de quelle année le nombre de départs de résidants dépasserait 1400.

On considère la fonction d définie sur [0 ; 20] par $d(x) = g(x) - f(x) = \ln(3x + 1) - 0,3x$.
On note d' la dérivée de d.

2. Calculer $d'(x)$ et en donner une écriture sous forme d'un quotient. Étudier son signe et construire le tableau de variations de la fonction d.

3. Montrer que l'équation $d(x) = 0$ admet une unique solution α dans l'intervalle [3 ; 20].
À l'aide d'une calculatrice, donner un encadrement de α par deux entiers consécutifs.

4. En considérant ces ajustements et en tenant comte uniquement des départs et des arrivées de résidants :

- **a.** En quelle année la ville de Sirap enregistre la plus grande baisse de sa population ? Estimer alors cette baisse.
- **b.** À partir de quelle année la ville de Sirap peut-elle prévoir une augmentation de sa population ?