

CORRIGE

Ces éléments de correction n'ont qu'une valeur indicative. Ils ne peuvent en aucun cas engager la responsabilité des autorités académiques, chaque jury est souverain.

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL
SESSION 2009 Série S
ÉLÉMENTS DE CORRECTION

Il est rappelé que ce document est à l'usage exclusif des membres des jurys. La règle de confidentialité relative aux commissions d'entente et aux travaux des jurys s'applique à son contenu.

Outre les compétences de base (C1: restituer et mobiliser des connaissances, C2:appliquer une méthode), le sujet permet d'évaluer des compétences évoluées parmi les suivantes :

C3 : Prendre des initiatives, choisir un modèle, émettre une conjecture, expérimenter

C4: Raisonner, démontrer, élaborer une démarche

C5: Évaluer, critiquer un résultat, vérifier la validité d' un résultat ou d' une méthode.

Exercice 1 : (4 points)

	<i>Consignes de correction</i>	<i>barème</i>
<p>1.a) Montrer que pour tout entier n, $v_{n+1} = \frac{1}{3}v_n$ et en déduire que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{3}$ et dont le premier terme v_0 est égal à -5.</p>		
<p>1.b) Pour tout nombre entier naturel n, on a :</p> $v_n = -5\left(\frac{1}{3}\right)^n \text{ et } u_n = -5\left(\frac{1}{3}\right)^n + 6.$		
<p>1.c) Étude de la convergence de la suite (u_n).</p>		
<p>2.a) $10w_{10} = 11w_9 + 1$; $w_{10} = 21$</p>		
<p>2.b) <i>Dans cette question toute trace de recherche même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse sera prise en compte dans l'évaluation</i> La suite (w_n) est une suite arithmétique. Pour tout nombre entier n, $w_n = 2n + 1$.</p>	Cette question pourra permettre d'évaluer les compétences C3 et C4	

Exercice 2 : (6 points)

		Consignes de correction	barème
Partie I	1) Calcul de la limite de f en $+\infty$. Cette limite est égale à 0.		
	2) $f'(x) = \frac{(1-x)e^{-x}}{1+xe^{-x}}$. Justification du signe de $f'(x)$.		
	3) Étude des variations de la fonction f sur l'intervalle $[0; +\infty[$.		
Partie II	1.a) Représentation de la partie du plan dont l'aire est égale à $A(\lambda)$.		
	1.b) Justifier que pour tout réel λ strictement positif, $A(\lambda) \leq \lambda \times f(1)$.		
	2.a) $\int_0^\lambda xe^{-x} dx = (-\lambda - 1)e^{-\lambda} + 1$.		
	2.b) Démontrer que pour tout réel λ strictement positif, $A(\lambda) \leq -\lambda e^{-\lambda} - e^{-\lambda} + 1$.		
	3. Première méthode : $A(5) \leq 1,57$ Deuxième méthode : $A(5) \leq 0,96$ La deuxième méthode donne une meilleure majoration.	Cette question pourra permettre d'évaluer les compétences C5	

Exercice 3 : (5 points)

		<i>Consignes de correction</i>	<i>barème</i>							
Partie I	Restitution organisée de connaissances									
Partie II	1.a) Calcul de $P(A)$.									
	1.b) $P(B) = \frac{1}{3}$.									
	1.c) Les événements A et B ne sont pas indépendants car $P(A \cap B) \neq P(A) \times P(B)$.									
	2.a) La loi de probabilité de X : <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x_i</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>$P(X = x_i)$</td> <td>$\frac{1}{15}$</td> <td>$\frac{7}{15}$</td> <td>$\frac{7}{15}$</td> </tr> </table>	x_i	0	1	2	$P(X = x_i)$	$\frac{1}{15}$	$\frac{7}{15}$	$\frac{7}{15}$	
x_i	0	1	2							
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{15}$	$\frac{7}{15}$	$\frac{7}{15}$							
2.b) $E(X) = \frac{7}{5}$.										

Exercice 4 : (5 points)

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

	<i>Consignes de correction</i>	<i>barème</i>
1.a) Justifier les deux égalités $OM \times OM_1 = 1$ et $(\vec{u}; \overrightarrow{OM_1}) = -(\vec{u}; \overrightarrow{OM})$ à 2π près.		
1.b) Construction du point A' .		
2.a) Justifier que pour tout nombre complexe z non nul, le point M' a pour affixe $z' = \frac{1}{2} \left(z + \frac{1}{z} \right)$.		
2.b) B' et C' ont pour affixes respectives : $\frac{3}{4}i$ et $-\frac{3}{4}i$.		
2.c) Placer les points B, C, B' et C' .		
3) Les points M qui vérifient $M = M'$ ont pour affixes respectives 1 et -1.		
4. Dans cette question toute trace de recherche même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse sera prise en compte dans l'évaluation Montrer que si le point M appartient au cercle de centre O et de rayon 1 alors son image M' appartient au segment $[KL]$ où K et L sont les points d'affixes respectives -1 et 1 .	Cette question pourra permettre d'évaluer les compétences C3 et C4	

Exercice 4 : (5 points)*Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité*

	<i>Consignes de correction</i>	<i>barème</i>
1.a) Les couples solutions de l'équation (E) sont les couples du type $(5k+1, 8k+1)$ lorsque k décrit l'ensemble des entiers relatifs.		
1.b) Montrer que le couple (p, q) est solution de l'équation (E) et en déduire que $m \equiv 9 \pmod{40}$.		
1.c) Le nombre cherché est 2009.		
2.a) Démontrer que pour tout nombre entier naturel k on a : $2^{3k} \equiv 1 \pmod{7}$.		
2.b) Le reste dans la division euclidienne de 2^{2009} par 7 est égal à 4.		
3.a) Vérifier que $10^3 \equiv -1 \pmod{7}$.		
3.b) <i>Dans cette question toute trace de recherche même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse sera prise en compte dans l'évaluation</i> Les nombres cherchés sont : 1001, 1008, 2002, 2009, 3003, 4004, 5005, 6006, 7000, 7007, 8001, 8008, 9002 et 9009.	Cette question pourra permettre d'évaluer les compétences C3 et C4	