BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE

SESSION 2009

Épreuve :

MATHÉMATIQUES

Série :

Sciences et Technologies de la Gestion (STG)

Spécialité :

Mercatique **(coefficient : 3)**
Comptabilité et finance d'entreprise **(coefficient : 3)**
Gestion des systèmes d'information **(coefficient : 4)**

*Durée de l'épreuve : **3 heures***

L'usage des calculatrices et des instruments de calcul est autorisé.

L'usage des formulaires de mathématiques n'est pas autorisé.

L'épreuve comporte 6 pages, dont les annexes 1 et 2 pages 5 et 6 sont à rendre avec la copie.

Le candidat doit traiter les quatre exercices.

Il sera tenu compte de la clarté des raisonnements et de la qualité de la rédaction, dans l'appréciation des copies.

Dès que le sujet est remis, assurez-vous qu'il est complet et que toutes les pages sont imprimées.

EXERCICE 1 : *(6 points)*

En octobre 2007, une entreprise française de transport lance une nouvelle tarification et commande auprès d'un institut de sondage une enquête de satisfaction sur l'ensemble de sa clientèle. Cette étude est réalisée auprès d'un échantillon représentatif de 4000 clients et ne concerne qu'un seul et même type de transport.

Lors de l'étude, deux questions sont posées : l'une demandant si le client possède ou non une carte de réduction et l'autre concernant la fréquence d'utilisation de ce mode de transport.

- Parmi les personnes interrogées, 35%, soit 1400 personnes, ont une carte de réduction.
- 1190 personnes ayant une carte de réduction utilisent ce mode de transport au moins dix fois par an.
- Un dixième des personnes de l'échantillon représentatif, sans carte de réduction, voyage au moins dix fois par an.

On choisit au hasard un client parmi les 4000 interrogés et on considère les événements C et T suivants :

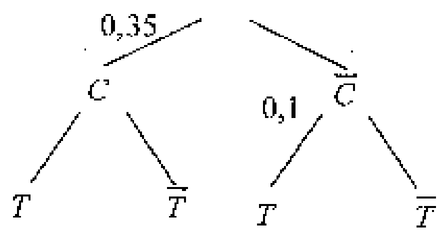
C : « le client interrogé détient une carte de réduction »,

T : « le client interrogé utilise ce mode de transport au moins dix fois par an ».

Sauf indication contraire, on donnera les valeurs exactes des résultats demandés.

1. Donner grâce à l'énoncé les probabilités conditionnelles $P_C(T)$ et $P_{\overline{C}}(T)$.

2. a) Recopier et compléter l'arbre de probabilité ci-dessous :



b) Calculer la probabilité $P(C \cap T)$.

c) Calculer la probabilité que le client interrogé utilise ce mode de transport au moins dix fois par an.

d) Les deux événements C et T sont-ils indépendants ?

3. Calculer la probabilité que, sachant qu'il voyage au moins dix fois par an, le client ait une carte de réduction. On donnera une valeur arrondie à 0,01 .

EXERCICE 2 : (4 points)

Un organisme de jeu va récompenser un heureux gagnant. Celui-ci doit faire le choix entre les deux propositions suivantes pour lesquelles il s'agit à chaque fois d'une somme d'argent versée annuellement, et ceci à partir de l'année 2008 et pendant 20 ans. Le bénéfice du jeu s'achèvera donc en 2027, et le gagnant touchera alors son dernier versement.

S'il choisit la proposition A, il touchera 20 000€ en 2008, puis chaque année, la somme versée augmentera de 4% par rapport à l'année précédente.
En choisissant la proposition B, 20 000€ lui seront versés en 2008, puis chaque année, la somme versée sera augmentée de 1025€ par rapport à l'année précédente.

Pour l'aider à choisir la solution la plus avantageuse, on note :

a_n la somme (en euros) versée pendant l'année $2008+n$ s'il choisit la proposition A.

b_n la somme (en euros) versée pendant l'année $2008+n$ s'il choisit la proposition B.

Ainsi $a_0 = 20\,000$, $b_0 = 20\,000$. a_{19} et b_{19} correspondent aux sommes versées en 2027.

1. Montrer que la suite (a_n) est géométrique et donner l'arrondi à l'euro du versement reçu en 2020 s'il choisit la formule A.
2. Montrer que la suite (b_n) est arithmétique et donner l'arrondi à l'euro de la somme reçue en 2020 s'il choisit la formule B.
3. A l'aide de la calculatrice, déterminer l'année à partir de laquelle on a : $b_n < a_n$.

EXERCICE 3 : *(4 points)*

Soit f la fonction définie sur [0,5 ; 6] par $f(x) = 2x - 3 - 4\ln(x)$. On appelle C sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormal (Annexe 1).

1. Montrer que la dérivée f' vérifie $f'(x) = \dfrac{2(x-2)}{x}$.
2. Dresser, en justifiant, le tableau de variation de la fonction f.
3. Montrer que la courbe C admet une tangente horizontale au point d'abscisse 2. On la note T.
Donner une équation de la droite T.

4. En utilisant le graphique ou le tableau de variation, montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution, notée x_0, dans l'intervalle [2 ; 6].

   Donner, à l'aide d'une calculatrice, l'arrondi de x_0 à 0,01 près.

5. Déterminer une équation de la tangente T_1 à la courbe C au point d'abscisse 1.

Dans le repère de l'annexe 1, à rendre, tracer les tangentes T et T_1 à la courbe C.

EXERCICE 4 : *(6 points)*

Un fabricant de vélos fabrique deux types de cadres : le cadre de type TU et le cadre de type TR. Pour cela, il utilise trois machines : la machine A pour assembler les tubes, la machine P pour les polir et les peindre, la machine M pour monter les suspensions.
Pour fabriquer un lot de 100 cadres,
de type TU, il utilise 1 heure la machine A, 3 heures la machine P et n'utilise pas la machine M,
de type TR, il utilise 2 heures la machine A, 1 heure la machine P et 2 heures la machine M.

Il dispose de 60h d'utilisation par semaine pour la machine A, 90h pour la machine P, et 42h pour la machine M.

L'objectif de cet exercice est de trouver comment le fabricant doit utiliser ses machines dans la limite du temps imparti pour réaliser un bénéfice maximum.

On note x le nombre de lots de 100 cadres de type TU, et y le nombre de lots de 100 cadres de type TR.
On admet que les contraintes se traduisent par le système (S) suivant :

$$(S)\begin{cases} x+2y\leq 60 \\ 3x+y\leq 90 \\ 2y\leq 42 \\ x\geq 0 \\ y\geq 0 \end{cases}$$

1. On a représenté sur le graphique fourni en annexe 2, à rendre, les droites D_1, D_2 et D_3 d'équations respectives :

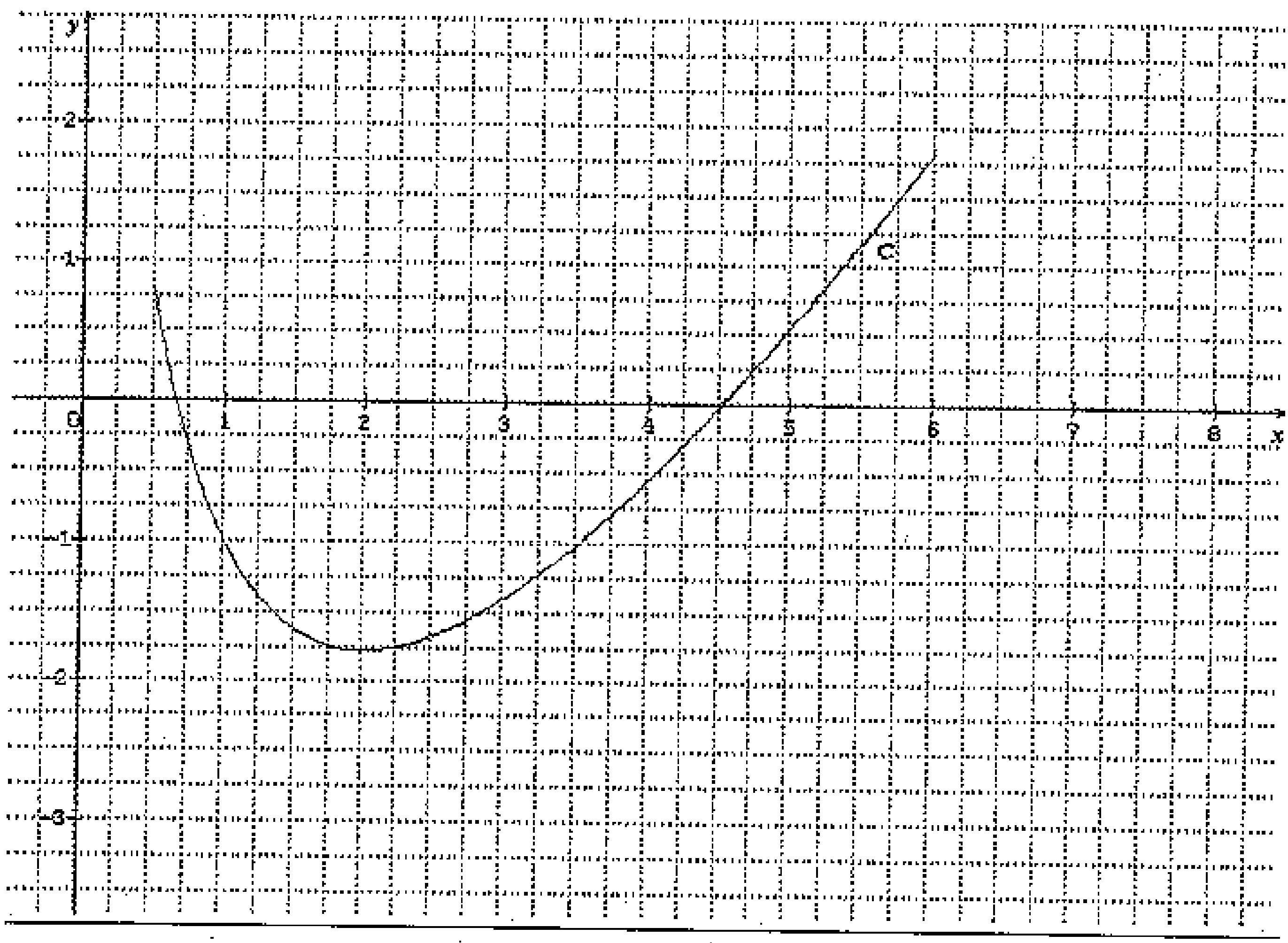
$$y=-\frac{1}{2}x+30, \qquad y=-3x+90 \quad \text{et} \qquad y=21.$$

   a. Identifier ces droites sur le graphique en y portant le nom des droites.
   b. Résoudre graphiquement le système (S). (On hachurera les zones du plan qui ne conviennent pas).
   c. A l'aide du graphique, répondre aux questions suivantes :
   - le fabricant peut-il produire 5 lots de 100 cadres de type TU et 25 lots de 100 cadres de type TR ?
   - le fabricant produisant 20 lots de 100 cadres de type TU ; quel est alors le maximum de lots de type TR qu'il peut alors réaliser ?

2. Pour un lot de 100 cadres TU, le fabricant réalise 5000 euros de bénéfice, et pour un lot de 100 cadres TR, il réalise 7000 euros de bénéfice.

   a. Exprimer en fonction de x et y le montant des bénéfices B, en milliers d'euros, du fabricant.
   b. Résoudre le système (S') d'équations : $(S'): \begin{cases} y=-\frac{1}{2}x+30 \\ y=-3x+90 \end{cases}$
   c. Sur l'annexe 2, à rendre, tracer la droite Δ d'équation $y=-\frac{5}{7}x+15$, correspondant à un bénéfice de 105 000 euros.
   d. Déterminer par le calcul le couple (x,y) qui fournira au fabricant de vélos le bénéfice maximal. Calculer ce bénéfice en milliers d'euros.

ANNEXE I à rendre avec la copie



ANNEXE 2 à rendre avec la copie