

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

SESSION 2010

MATHÉMATIQUES

Série : **ES**

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **3 heures.** – COEFFICIENT : **5**

*Ce sujet comporte 7 pages numérotées de 1 à 7
dont une page en annexe à rendre avec la copie.*

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

*Le candidat doit traiter tous les exercices.
Il est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée. Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.*

Exercice 1 (5 points)

Commun à tous les candidats

Un nom de domaine, sur Internet, est constitué de deux éléments :

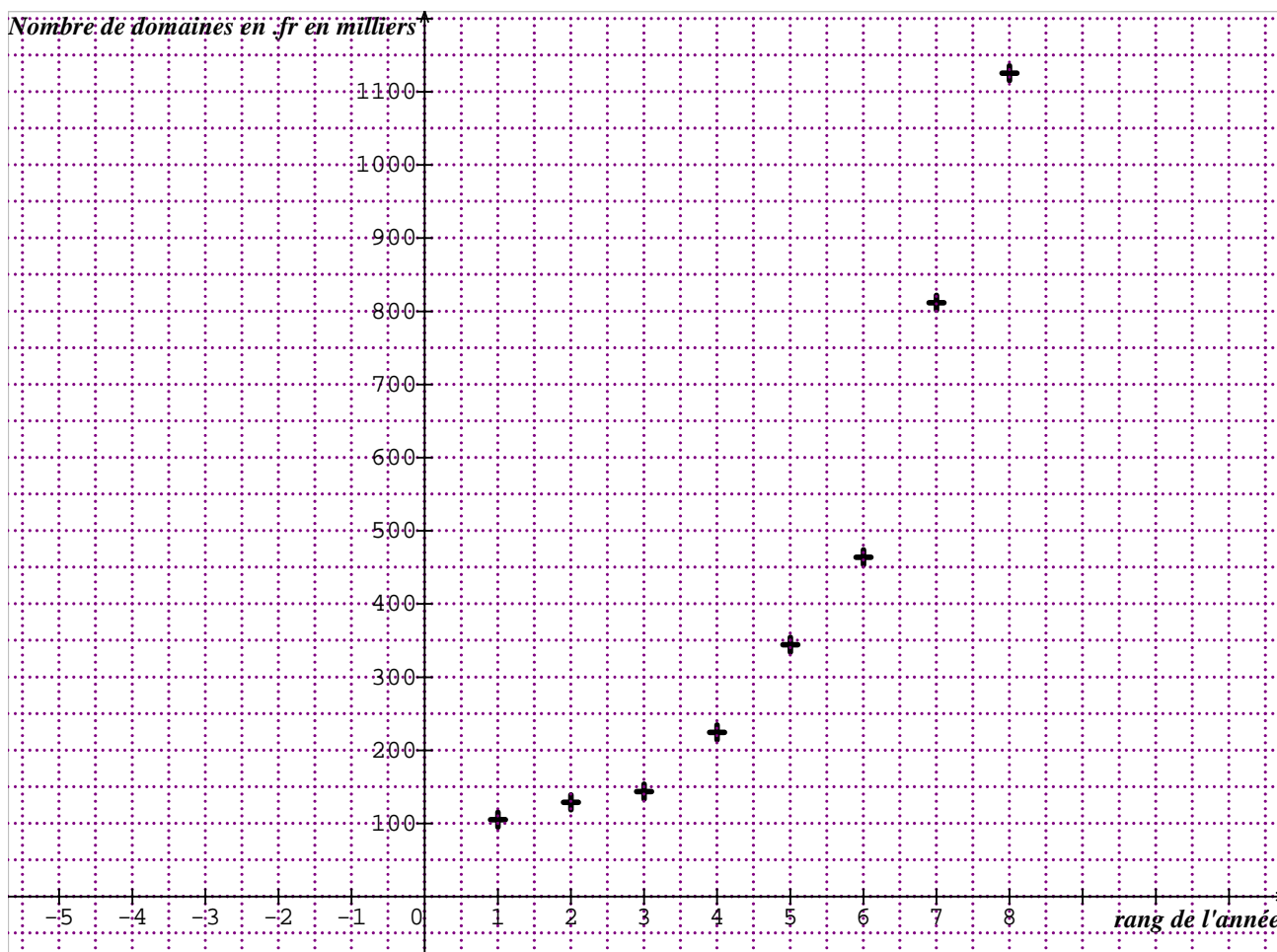
- un nom (celui d'une société, d'une marque, d'une association, d'un particulier...);
- une extension (appelée aussi suffixe) : .fr, .de, .ca, .jp, .net, .com, .org, etc.

Le tableau ci-dessous donne, en milliers, le nombre de domaines en « .fr » gérés par l'AFNIC (*Association Française pour le Nommage Internet en Coopération*), organisme qui centralise les noms de domaine Internet, pour les mois de juin des années 2001 à 2008 :

Année	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
Rang x_i de l'année $1 \leq i \leq 8$	1	2	3	4	5	6	7	8
Nombre y_i des domaines en « .fr », en milliers, $1 \leq i \leq 8$	105,045	128,927	143,741	224,452	344,465	463,729	811,674	1 125,161

(Source : AFNIC, 2009)

Le nuage de points associé à cette série statistique est donné ci-dessous.



1. Calculer, en pourcentage, l'augmentation du nombre de domaines en « .fr » entre juin 2001 et juin 2002, arrondi à 1%.
2.
 - a. Expliquer pourquoi un ajustement affine de y en x ne semble pas justifié.

On cherche alors un ajustement exponentiel.

- b. Pour tout $1 \leq i \leq 8$, on pose $z_i = \ln y_i$.
Recopier sur votre copie et compléter le tableau ci-dessous avec les valeurs de z_i arrondies au centième :

Rang de l'année x_i $1 \leq i \leq 8$	1	2	3	4	5	6	7	8
$z_i = \ln y_i$ $1 \leq i \leq 8$								

- c. À l'aide de la calculatrice et en utilisant les données du tableau précédent, donner une équation de la droite d'ajustement de z en x par la méthode des moindres carrés sous la forme $z = ax + b$ (les coefficients seront arrondis au centième).
 - d. En déduire que $y = 60,34 e^{0,35x}$, où les coefficients sont arrondis au centième, est un ajustement exponentiel possible.
3.
 - a. En utilisant le modèle trouvé à la question 2.d, quel est le nombre estimé de domaines en « .fr » en juin 2009 ? (le résultat sera arrondi au millier).
 - b. Si l'erreur commise en utilisant le modèle proposé est inférieure à 1 %, on considère que le modèle est pertinent.
En réalité, le relevé de juin 2009 de l'AFNIC indiquait 1 412 652 domaines en « .fr ». Le modèle proposé est-il pertinent ?
 4.
 - a. Résoudre dans l'intervalle $[0 ; +\infty[$ l'inéquation $60,34 e^{0,35x} \geq 10\,000$ (le résultat sera arrondi au dixième).
 - b. En déduire, en utilisant le modèle trouvé à la question 2.d., à partir du mois de juin de quelle année le nombre de « domaines en .fr » dépassera 10 millions.

Exercice 2 (5 points)

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité.

« Un geste qui sauve : en France, chaque année, 55 000 personnes sont victimes d'un accident cardio-vasculaire. Sept fois sur dix, ces accidents surviennent devant témoin. » (Source : TNS / Fédération Française de Cardiologie, 2009).

En 2009, environ 36% de la population française a appris à accomplir les gestes qui sauvent.

Partie 1

Lors d'un accident cardio-vasculaire devant témoins, on admet que la proportion de témoins formés aux gestes qui sauvent suit la proportion nationale.

La probabilité qu'un accident cardio-vasculaire se produise devant un témoin formé aux gestes qui sauvent est de 0,25.

Lorsque l'accident cardio-vasculaire s'est produit devant un témoin formé aux gestes qui sauvent, la probabilité que le malade survive est 0,1.

Sinon, la probabilité que le malade survive est de 0,007.

On appelle T l'événement : « L'arrêt cardiaque s'est produit devant un témoin formé aux gestes qui sauvent ».

On appelle S l'événement : « Le malade survit à l'arrêt cardiaque ».

On appelle \bar{T} et \bar{S} les événements contraires à T et à S.

Rappel de notation : si A et B sont deux événements donnés, $p(A)$ désigne la probabilité que l'événement A se réalise et $p_B(A)$ désigne la probabilité de l'événement A sachant que l'événement B est réalisé.

On pourra s'aider d'un arbre pondéré. Les résultats seront arrondis au centième.

1. Déterminer, d'après l'énoncé, $p(T)$, $p_T(S)$ et $p_{\bar{T}}(S)$.
2. En déduire $p(T \cap S)$.
3. Vérifier que la valeur arrondie au centième de $p(S)$ est 0,03.
4. Interpréter ces deux derniers résultats.
5. Justifier que le nombre de victimes d'accidents cardiaques survivant à cet accident peut s'estimer à environ 1650.

Partie 2

Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

En 2015 tous les lieux publics (stades, centres commerciaux...) seront équipés en défibrillateurs. Par ailleurs, un sondage montre qu'environ 71% de la population souhaite se former à accomplir les gestes qui sauvent. Si ce taux de formation est atteint :

- la probabilité que l'accident cardiaque survienne devant un témoin formé aux gestes qui sauvent serait de 0,5 ;
- la probabilité de survie en cas d'intervention d'un témoin formé aux gestes qui sauvent serait augmentée à 0,25, et 0,046 sinon.

Déterminer combien de vies supplémentaires pourraient être sauvées si ces conditions étaient satisfaites.

Exercice 3 (5 points)

Commun à tous les candidats

On donne le tableau de variation d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $]2; +\infty[$.

On note f' la fonction dérivée de f sur l'intervalle $]2; +\infty[$.

On appelle \mathcal{C} la courbe représentative de f dans un repère orthonormé.

x	2	3	10	+	+
Signe de $f'(x)$	+	0	-	0	+
Variations de f					

On suppose de plus que $f(5) = 0$ et que $f'(5) = -2$.

1. À l'aide du tableau, répondre aux questions suivantes. Aucune justification n'est demandée.
 - a. Quelles sont les limites de la fonction f aux bornes de son ensemble de définition ? Interpréter graphiquement les résultats.
 - b. Donner une équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 3.
 - c. Quel est le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 4$ sur l'intervalle $]2; +\infty[$?
2. Soit g la fonction définie sur l'intervalle $]2; +\infty[$ par : $g(x) = e^{f(x)}$.
 - a. Calculer $g(5)$.
 - b. Calculer la limite de la fonction g en 2.
 - c. Déterminer le sens de variations de g sur l'intervalle $[3; 10]$, en justifiant la réponse.
 - d. Déterminer une équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction g au point d'abscisse 5.

Exercice 4 (5 points)

Commun à tous les candidats

Soit f la fonction définie et dérivable sur l'intervalle $[0 ; 4]$ par

$$f(x) = -x^2 - x + 4 + \ln(x+1).$$

On note \mathcal{C} sa courbe représentative dans le repère orthogonal, donnée en annexe.

On note f' la fonction dérivée de f sur l'intervalle $[0 ; 4]$.

1. Calculer $f'(x)$.
2. Justifier le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0 ; 4]$.
3. Montrer que sur l'intervalle $[0 ; 4]$, l'équation $f(x) = 0$ possède une unique solution α .
Donner un encadrement de α d'amplitude 0,01.
En déduire le signe de $f(x)$ sur l'intervalle $[0 ; 4]$.

4. On définit la fonction F dérivable sur l'intervalle $[0 ; 4]$ par :

$$F(x) = -\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 3x + (x+1)\ln(x+1).$$

Montrer que F est une primitive de la fonction f sur l'intervalle $[0 ; 4]$.

5. Soit A l'aire, en unités d'aire, du domaine \mathcal{D} délimité par la courbe \mathcal{C} , l'axe des abscisses, et les droites d'équation $x = 0$ et $x = 1$.
 - a. Hachurer le domaine \mathcal{D} sur la figure fournie en annexe.
 - b. Par lecture graphique, donner un encadrement par deux entiers consécutifs de A .
 - c. Calculer la valeur exacte en unités d'aire de A . Vérifier la cohérence de vos résultats.

ANNEXE : exercice 4

À rendre avec la copie

Courbe de la fonction f

