CORRIGE

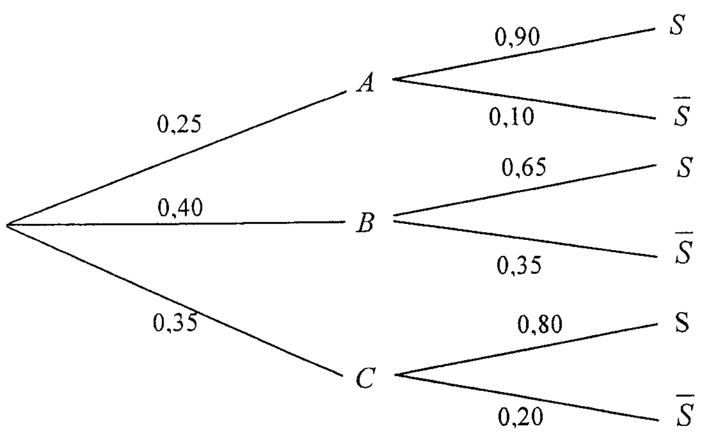
Ces éléments de correction n'ont qu'une valeur indicative. Ils ne peuvent en aucun cas engager la responsabilité des autorités académiques, chaque jury est souverain.

Série ES	BACCALAURÉAT GÉNÉRAL	SESSION 2010
Coefficient : 5 (obligatoire) 7 (Spécialité)	Épreuve de MATHÉMATIQUES	**Durée :** 3h

Exercice 1 (4 points) *(Commun à tous les candidats)*

Question	Éléments de correction	Compétences	Points
1.	$\ln(e^x) = -3$	Évaluer, critiquer un résultat, vérifier la validité d'un résultat ou d'une démarche.	
2.	$-\dfrac{1}{4}$		
3.	$y = x + 2$		
4.	-1		

Exercice 2 (5 points) *(Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité)*

Question	Éléments de correction	Commentaires	Points
1.			
2.	$p(A \cap S) = 0{,}25 \times 0{,}9 = 0{,}225.$		
3.	$p(S) = p(A \cap S) + p(B \cap S) + p(C \cap S)$ $p(S) = 0{,}225 + 0{,}40 \times 0{,}65 + 0{,}35 \times 0{,}80$ $p(S) = 0{,}765.$	Un arbre de probabilité correctement construit constitue une preuve.	
4.	$p_S(C) = \dfrac{p(C \cap S)}{p(S)}$; $p_S(C) = \dfrac{0{,}28}{0{,}765}$; $p_S(C) = \dfrac{56}{153}$; $p_S(C) \approx 0{,}366$		

Exercice 2 (5 points) *(Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité)*

Question	Éléments de réponse	Compétences et Commentaires	Points
1.	En janvier 2010, $x = 1{,}2$; $y = 1{,}6$ et $F(1{,}2\ ,\ 1{,}6) = 1{,}2$. Le coût de production en janvier est 12 000 €.		
2.	En développant : $(x-1)^2 + (y-2)^2 + 1$, on obtient $x^2 - 2x + y^2 - 4y + 6$. Comme, pour tous réels x et y : $(x-1)^2 \geq 0$ et $(y-2)^2 \geq 0$, on a $(x-1)^2 + (y-2)^2 + 1 \geq 1$. On en déduit que $F(x\ ,\ y)$ est minimal lorsque les deux carrés sont nuls, c'est à dire $x = 1$ et $y = 2$. On a alors $F(1\ ,\ 2) = 1$. Donc le coût de production mensuel est minimal pour la production de 100 sièges "luxe" et 200 sièges "confort et vaut alors 10 000 €.	Raisonner, démontrer, élaborer une démarche.	

3.a	La production mensuelle est de 250 sièges donc $x + y = 2{,}5$ soit $y = 2{,}5 - x$. $F(x\,,y) = x^2 - 2x + y^2 - 4y + 6$ et $y = 2{,}5 - x$ donc Le coût de production mensuel vaut : $x^2 - 2x + (2{,}5 - x)^2 - 4(2{,}5 - x) + 6$ soit $2x^2 - 3x + 2{,}25$.		
3.b.	$f'(x) = 4x - 3$. Tableau de variation de la fonction f :		

x	0		0,75		2,5
$f'(x)$		−	0	+	
$f(x)$	2,25	$\searrow$	1,125	$\nearrow$	7,25

3.c.	Au deuxième semestre 2010, l'équipementier doit produire 75 sièges luxe" et 175 sièges "confort" pour réaliser un coût de production minimal de 11 250 €.		

Exercice 3 (5 points) *(Commun à tous les candidats)*

Question		Éléments de correction	Compétences et commentaires	Points
A	1.	Voir figure.		
	2.	$\frac{8{,}82}{6{,}67} \approx 1{,}322$ donc entre 2001 et 2009 le SMIC horaire brut a augmenté de 32,2 %.		
	3.	Le pourcentage annuel moyen d'augmentation t du SMIC horaire brut entre 2001 et 2005 vérifie $(1+t)^4 = \frac{8{,}03}{6{,}67}$. Soit $t = \left(\frac{8{,}03}{6{,}67}\right)^{\frac{1}{4}} - 1$. Donc $t \approx 0{,}047$ soit $t \approx 4{,}7$ %.	Évaluer, critiquer un résultat, vérifier la validité d'un résultat ou d'une démarche. Toute autre démarche correcte sera acceptée.	
B	1	Selon ce deuxième modèle : pour $n = 7$, $y = 8{,}03 \times 1{,}024^7$ soit $y \approx 9{,}48$. Estimation du SMIC horaire brut en 2012 : 9,48 €.		
	2.	On résout l'inéquation $8{,}03 \times 1{,}024^n > 10$. Soit $n > \frac{\ln \frac{10}{8{,}03}}{\ln 1{,}024}$ donc $n \geq 10$ à partir de 2015.		

Exercice 4 (6 points) *(Commun à tous les candidats)*

Question	Éléments de correction	Compétences et commentaires	Points
1.a.	Pour tout nombre réel x de l'intervalle [0 ; 35] : $f'(x) = 153 \times 0{,}05\, e^{0{,}05x}$ donc $f'(x) = 7{,}65\, e^{0{,}05x}$. Pour tout nombre réel x, $e^{0{,}05x} > 0$, donc, $f'(x) > 0$. La fonction f est strictement croissante sur [0 ; 35].		
1.b	Pour tout nombre réel x de l'intervalle [0 ; 35] : $g'(x) = -\frac{116}{x+1}$ avec $x+1 > 0$. Donc, d'après le signe d'un quotient, $g'(x) < 0$. La fonction g est strictement décroissante sur [0 ; 35].		

1.c.	Par lecture graphique, un résultat attendu est (8,9 , 238).	Tout résultat cohérent sera accepté.	
2.a.	La fonction g est strictement décroissante sur [0 ; 35], donc la fonction $(-g)$ est strictement croissante sur [0 ; 35]. Comme f l'est aussi, la fonction h est strictement croissante sur [0 ; 35].	Toute autre démarche correcte sera acceptée.	
2.b.	La fonction h est dérivable et strictement croissante sur [0 ; 35]. De plus $h(0) = -351$ et $h(35) = 792$. D'après la propriété des valeurs intermédiaires, l'équation $h(x) = 0$ admet donc une solution unique x_0 dans [0 ; 35].	Toute autre justification correcte sera acceptée.	
2.c.	A l'aide de la calculatrice, $x_0 \approx 8{,}871$		
2.d.	$y_0 = f(x_0)$ et $f(8{,}871) \approx 238{,}41$. Donc $y_0 \approx 238{,}41$.		
2.e.	D'après la question précédente, le prix d'équilibre est 238,41€ pour 8871 appareils disponibles.		
3.a	Une des primitives de la fonction f sur [0 ; 35] est la fonction F définie sur [0 ; 35] par $F(x) = \dfrac{153}{0{,}05}\, e^{0{,}05x}$; $F(x) = 3060\, e^{0{,}05x}$.		
3.b	$S = x_0 \times y_0 - \int_0^{x_0} f(x)\,dx$. $S \approx 8{,}871 \times 238{,}41 - [F(8{,}871) - F(0)]$. $S \approx 406{,}754$ Voir graphique.