BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

Session 2010

SÉRIE L

MATHÉMATIQUES

ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

Durée de l'épreuve : 3 heures

Coefficient : 3

L'usage d'une calculatrice est autorisé.

Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.
Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Le sujet comporte 6 pages, y compris celle-ci.
Les pages 5 et 6 (Annexes 1 et 2) sont à rendre avec la copie.

Exercice 1 (4 points)

Partie A

On considère la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 3] par $f(x) = x + 4\ln(3x+1) + 3$.

1) On désigne par f' la fonction dérivée de f sur [0 ; 3].

   Montrer que, pour tout nombre x appartenant à [0 ; 3], $f'(x) = \dfrac{3x+13}{3x+1}$.

2) Étudier les variations de la fonction f sur [0 ; 3] et dresser son tableau de variation.

Partie B

Dans cette partie, on considère un enfant dont le poids à la naissance est 3 kg.

Pendant les trois premières années de la vie de l'enfant, on estime que son poids (en kg) est donné en fonction de son âge x (en année) par $f(x) = x + 4\ln(3x+1) + 3$.

La courbe représentative de la fonction f est donnée dans l'Annexe 1 à rendre avec la copie.

1) Calculer le poids de cet enfant à l'âge de 6 mois. On donnera une valeur arrondie au dixième.
2) Déterminer graphiquement, avec la précision permise par le graphique, l'âge correspondant à un poids de 12 kg. On laissera apparents les traits de construction utiles à la lecture.

Exercice 2 (5 points)

1) a) Montrer que, pour tout nombre entier naturel n, $10^n \equiv 1$ (modulo 9).

   b) On considère quatre nombres entiers naturels a, b, c et d compris entre 0 et 9, a différent de 0. On pose $N = 1000\,a + 100\,b + 10\,c + d$.

   Montrer que $N \equiv a + b + c + d$ (modulo 9).

Dans la suite, on admettra que le résultat que l'on vient de montrer pour un nombre à quatre chiffres est valable pour tout nombre entier naturel, quel que soit son nombre de chiffres. Autrement dit, tout nombre entier naturel N est congru modulo 9 à la somme de ses chiffres.

2) En utilisant le résultat précédent, déterminer les restes dans les divisions par 9 des nombres 321 765 et 415 283.
3) En déduire le reste dans la division par 9 du produit 321 765 × 415 283.
4) Jules a posé la multiplication 321 765 × 415 283 et a obtenu 133 623 534 485.

   Peut-on affirmer, sans effectuer l'opération, que le résultat n'est pas correct ? Justifier la réponse donnée.

Exercice 3 (4 points)

La photo donnée dans la figure 1 de l'Annexe 2 montre une partie du mur qui divisait Berlin. Le mur est vertical et de hauteur constante, il est bordé d'une allée horizontale et rectangulaire. La photo montre également l'ombre du mur, portée par le soleil sur le sol de l'allée. La ligne d'horizon est parallèle au bord inférieur de la photographie.

1) Dessiner sur la figure 1 de l'Annexe 2 les lignes de fuite du haut et du bas du mur puis la ligne d'horizon. Pour une meilleure lisibilité des tracés, on prolongera les lignes en dehors du cadre de la photo.
2) La figure 2 de l'Annexe 2 est le début d'un dessin en perspective centrale de ce site. Le quadrilatère ***abcd*** est l'image du mur, le segment [***be***] est l'image de l'entrée de l'allée.
   a) Justifier que les deux droites (***ab***) et (***cd***) ont le même point de fuite ω. Placer ce point sur le dessin.
   b) Compléter le quadrilatère ***abef*** image de l'allée.
   c) À l'entrée de l'allée est posé un bac à fleur parallélépipédique EGHIJKLM.
   La base EGHI repose sur le sol et la face EGKJ est frontale.
   Les images ***e***, ***g***, ***h*** et ***k*** des points E, G, H et K sont placées sur la figure 2.
   Compléter sur le dessin l'image ***eghijklm*** de ce bac.

Exercice 4 (7 points)

Les trois parties peuvent être traitées de façon indépendante.

Partie A

On considère l'algorithme suivant :

Entrée	:	Saisir deux nombres entiers naturels non nuls m et n. Créer une liste vide L.
Initialisation	:	Affecter à i la valeur 1.

Traitement	:	Tant que $i \leq n+1$
		    Affecter à r le reste de la division de m par n.
		    Affecter à m la valeur de $10r$.
		    Ajouter le quotient de la division de m par n à la fin de la liste L.
		    Affecter à i la valeur $i+1$.

Sortie	:	Afficher la liste L.

1) Appliquer cet algorithme à $m = 13$ et $n = 7$.

   On reproduira sur la copie un tableau analogue à celui donné ci-dessous et on le complétera.

	r	m	Liste L	i
Initialisation		13		1
Fin étape 1				
Fin étape 2				
…..				
…..				

2) Écrire le début du développement décimal de $\frac{13}{7}$, obtenu à la calculatrice.

Que représente la liste L pour le nombre $\frac{13}{7}$?

3) Le nombre $\frac{13}{7}$ est-il un nombre décimal ? Justifier la réponse donnée.

Partie B

1) On considère le nombre B dont l'écriture décimale illimitée est $0{,}375375375\ldots$ où 375 est répété indéfiniment. Le nombre B est-il rationnel ? Justifier la réponse donnée.

2) On considère la suite (u_n) définie par son premier terme $u_1 = 0{,}375$ et, pour tout nombre entier naturel n, $u_{n+1} = 10^{-3} u_n$.

   a) Quelle est la nature de la suite (u_n) ?

   b) On considère, pour tout nombre entier naturel n, la somme S_n des n premiers termes de la suite (u_n). On a donc $S_n = u_1 + u_2 + \ldots + u_n$.

   Exprimer S_n en fonction de n et déterminer la limite de la suite (S_n).

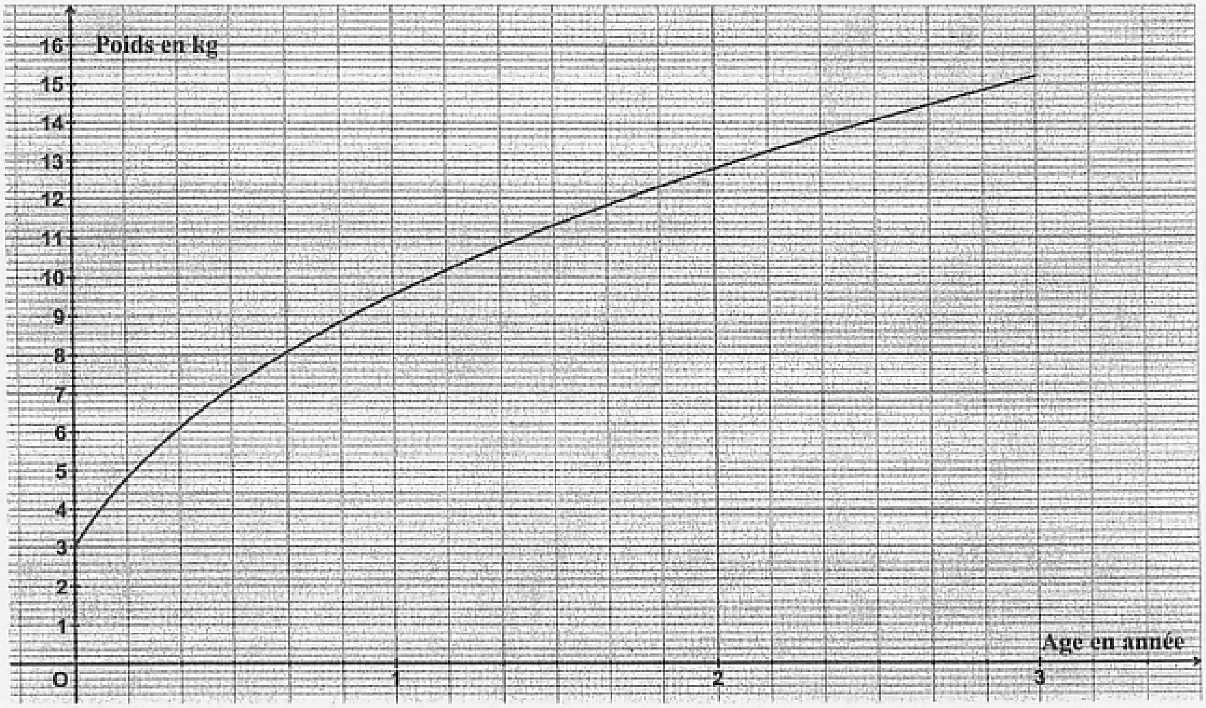
   c) En déduire l'écriture du nombre B sous la forme d'une fraction irréductible.

Partie C

Dans cette partie, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

On considère le nombre C dont l'écriture décimale illimitée est $2{,}585858\ldots$ où 58 est répété indéfiniment. Écrire le nombre C sous la forme d'un quotient de deux nombres entiers.

Annexe 1 (à compléter et à rendre avec la copie)



Annexe 2 (à compléter et à rendre avec la copie)

figure 1

figure 2