

Sujet du bac STG – Mathématiques Mercatique / CFE / GSI

Afrique (Centre Etranger) Juin 2010

Exercice 1 :

Une municipalité propose une carte annuelle « pass culture » à ses administrés. Il s'agit d'une carte qui donne accès aux spectacles programmés dans la commune avec un tarif préférentiel.

Cette carte est proposée avec deux options : l'option « cinéma » et l'option « tout spectacle ». Un administré n'a droit qu'à une seule carte et celle-ci est individualisée par un numéro. Selon un critère social, une subvention de la municipalité peut être accordée lors de l'achat de cette carte.

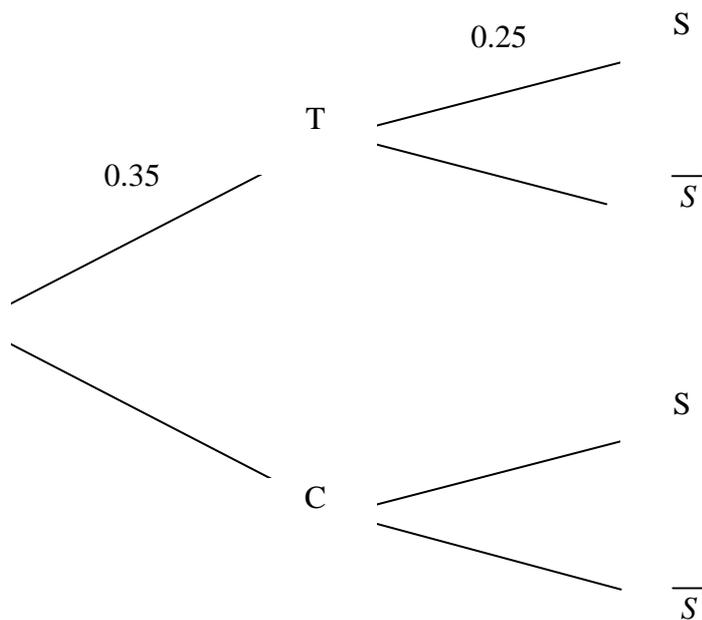
Pour cette année, le service municipal à la culture a donné le bilan suivant :

Les cartes avec l'option « tout spectacle » représentent 35% des cartes « pass culture » et 25% de celles-ci ont été l'objet de la subvention municipale. Pour les cartes avec l'option « cinéma », 45% ont été l'objet de la subvention. Lors d'une enquête, un numéro de carte est tiré au hasard.

On note :

- T : l'événement « le numéro tiré est celui d'une carte avec l'option tout spectacle »
- C : l'événement « le numéro tiré est celui d'une carte avec l'option cinéma »
- S : l'événement « le numéro tiré est celui d'une carte ayant été l'objet de la subvention »

1. Reproduire sur la copie et compléter l'arbre de probabilité représenté ci-dessous.



2. a. Définir par une phrase l'événement $C \cap \overline{S}$
b. Calculer la probabilité $p(C \cap \overline{S})$
3. Montrer que la probabilité de l'événement \overline{S} est égale à 0.62
4. Les événements C et \overline{S} sont-ils indépendants ? Justifier la réponse.

Exercice 2 :

Les parties A et B peuvent être traitées indépendamment

Dans cet exercice on se propose de préciser et compléter des données issues d'un article publié sur le site du Ministère de l'Environnement, de l'Energie, du Développement Durable et de La Mer.

Partie A

« En France, depuis 1980, 204 stations de ski sont équipées en canons à neige. L'équipement pour la production de neige artificielle connaît une croissance rapide, avec une évolution de la puissance électrique installée pour le fonctionnement des canons à neige de 9% entre 2007 et 2008 et une évolution annuelle moyenne de la puissance électrique installée de 7% entre 2002 et 2008. »

Saison	Puissance électrique installée en kW
2002	178004
2003	194273
2004	208208
2005	218026
2006	231089
2007	240107
2008	262191

1. En utilisant les données du tableau ci-dessus :
 - a. Justifier par un calcul la valeur approchée 9% du taux d'évolution de la puissance électrique installée pour le fonctionnement des canons à neige entre 2007 et 2008.
 - b. Justifier par un calcul la valeur approchée 7% du taux annuel moyen d'évolution de la puissance électrique installée entre 2002 et 2008.
2. En utilisant ce taux d'évolution moyen de 7% donné dans l'article, quelle valeur de la puissance électrique installée, arrondie à l'unité, peut-on prévoir pour la saison 2010 ?

Partie B

« La neige de culture (obtenue par des canons à neige) consomme beaucoup d'eau, avec 18.3 millions de m^3 d'eau pour la saison 2007 »

Saison	Rang	Consommation d'eau (en millions de m^3)
2002	1	11.6
2003	2	13.1
2004	3	15.1
2005	4	16
2006	5	16
2007	6	18.3

1. Sur la feuille donnée en annexe, à rendre avec la copie, représenter le nuage de points de la série ci-dessus.
2. A l'aide de la calculatrice, donner une équation de la droite d'ajustement affine de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés (les coefficients seront arrondis à 0.01)
3. Dans cette question, on considère la droite (D) d'équation $y = 1.2x + 11$ comme droite d'ajustement affine du nuage de points.
 - a. Représenter cette droite dans le repère de la feuille donnée en annexe.
 - b. A l'aide de l'ajustement affine défini par la droite (D), déterminer la consommation d'eau en millions de m^3 que l'on peut prévoir pour la saison 2008.

Exercice 3 :

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.

Pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est correcte. Relever sur la copie le numéro de la question ainsi que la réponse choisie.

Aucune justification n'est demandée. Une réponse juste rapporte 1 point, une mauvaise réponse ou l'absence de réponse ne rapporte ne n'enlève de point.

Soit une fonction f définie sur l'intervalle $[-3 ; 3]$

par :

$$f(x) = (x + 2) e^{-x}.$$

On donne ci-contre son tableau de variation

x	-3	-1	3
f	$-e^{-3}$	e^{-1}	$5e^{-3}$

Question 1 : Le nombre α est un nombre tel que $0 < \alpha < 1$, on a alors pour $f(\alpha)$:

$f(\alpha) < f(1)$	$f(0) > f(\alpha)$	$f(0) < f(\alpha)$	$e < f(\alpha)$
--------------------	--------------------	--------------------	-----------------

Question 2 : Le signe de la fonction f' dérivée de f sur $[-3 ; 3]$ est :

Positif sur $[-3 ; 3]$	Négatif sur $[-3 ; 1]$	Positif sur $[-3 ; -1]$	Négatif sur $[-3 ; 3]$
------------------------	------------------------	-------------------------	------------------------

Question 3 : L'expression de f' , la fonction dérivée de f est :

$-e^{-x}$	$(-x - 1) e^{-x}$	e^x	$(x + 3) e^{-x}$
-----------	-------------------	-------	------------------

Question 4 : Une valeur approchée de $f(-0.5)$ à 0.00001 près est :

2.47308	2.60341	2.82158	2.82436
---------	---------	---------	---------

Question 5 : Sur l'intervalle $[-3 ; 3]$, l'équation $f(x) = 3$

N'a pas de solution	A une seule solution	A deux solutions	On ne peut pas savoir
---------------------	----------------------	------------------	-----------------------

Exercice 4 :

Monsieur X souhaite installer un chauffage géothermique dans sa maison. Une société spécialisée lui propose une étude. Un forage initial de 100 mètre doit être réalisé et des échangeurs de chaleur doivent être installés dans la maison.

Le coût de cette réalisation serait pour Monsieur X de 3500€.

- Pour améliorer le rendement de l'installation, la société qui installe ce chauffage suggère de réaliser un forage plus profond. Chaque décimètre supplémentaire est facturé 55 € (on rappelle que 1 décimètre se note 1 dam et 1 dam = 10 m). La société remet à Monsieur X la feuille de calcul reproduite ci-dessous qui met en relation les forages supplémentaires, le coût de l'installation et les économies annuelles en chauffage par rapport à une installation « classique ».

	A	B	C	D	E
1	Profondeur du forage :	Profondeur suppl. (dam)	Coût de l'installation	Economie réalisée/an	Amortie en (ans)
2	100 + 0	0	3500 €	500 €	7.0
3	100 + 10	1	3555 €	525 €	
4	100 + 20	2	3610 €	551 €	
5	100 + 30	3	3665 €	579 €	
6	100 + 40	4	3720 €	608 €	
7	100 + 50	5	3775 €	638 €	
8	100 + 60	6	3830 €	670 €	

Le coût de l'installation est représenté par une suite (u_n) où n désigne le nombre de décimètres supplémentaires du forage.

- Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Préciser les éléments caractéristiques de cette suite.
- Justifier la phrase « le coût de l'installation pour un forage de 260 mètres de profondeur est représenté par u_{16} »
- Quel est le coût de l'installation pour un forage de 260 mètres de profondeur ?

2. La société donne, dans la colonne D, une modélisation de l'économie annuelle en chauffage selon la profondeur du forage que fera Monsieur X. Pour une profondeur de 100 mètres l'économie est de 500 € par an et pour tout décamètre supplémentaire elle est augmentée de 5%. Cette économie est représentée par une suite (v_n) où n désigne le nombre de décamètres supplémentaires.
- Quelle est la nature de la suite (v_n) ? Préciser les éléments caractéristiques de cette suite.
 - Exprimer v_n en fonction de n .
 - Quelle formule, écrite en D3 qui, recopiée vers le bas, permet d'obtenir les valeurs qui figurent dans la colonne D ?
3. Monsieur X a souhaité calculer en combien de temps son installation sera amortie. Ainsi pour un forage minimal de 100 mètre, il aura amorti son installation en 7 ans (car $\frac{3500}{500} = 7$).

Monsieur X opte pour une profondeur de forage de 260 mètres. Au bout de combien d'années son installation sera-t-elle amortie ?

ANNEXE
A rendre avec la copie

