BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

SESSION 2011

MATHÉMATIQUES

OBLIGATOIRE

Série ES

Durée de l'épreuve : 3 heures

Coefficient : 5

Ce sujet comporte 6 pages numérotées de 1 à 6.

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

Le sujet est composée de QUATRE exercices indépendants.
Le candidat doit traiter tous les exercices.

Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation des copies.

<u>Exercice 1</u> (4 points)
(commun à tous les candidats)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des huit questions, quatre réponses sont proposées, une seule de ces réponses est exacte.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse jugée correcte. Aucune justification n'est demandée.
Une bonne réponse rapporte 0,5 point, une mauvaise réponse ou une absence de réponse ne rapporte ni ne retire aucun point.

1. L'égalité $\ln(\exp(x)) = x$:	A. n'est vraie que pour tout réel x strictement positif. B. est vraie pour tout réel x. C. n'est jamais vraie. D. n'est vraie que pour tout réel x supérieur ou égal à 1.
2. L'égalité $\exp(\ln(x)) = x$ est vraie pour tout réel x appartenant à :	A. $[0\,;+\infty[$; B. $\mathbf{R}$ C. $]0\,;+\infty[$; D. $[-1\,;+\infty[$
3. On lance une pièce de monnaie équilibrée quatre fois de suite. La probabilité d'obtenir au moins une fois pile est :	A. $\frac{1}{4}$; B. $\frac{15}{16}$ C. $\frac{1}{16}$; D. $\frac{1}{8}$
4. Soit f la fonction définie et dérivable sur $\mathbf{R}$, d'expression : $f(x) = 3\,\mathrm{e}^{2x} - x + 1$. Une équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction f au point d'abscisse 0 est :	A. $y = 2x + 4$; B. $y = 6x + 4$ C. $y = 5x + 4$; D. $y = 5x - 4$
5. On considère l'inéquation : $\ln(3 - x) \leqslant 0$. Elle admet pour ensemble de solutions :	A. $]0\,;3]$; B. $[2\,;3[$ C. $[2\,;+\infty[$; D. $]0\,;2]$
6. $\lim\limits_{x \to -\infty} \mathrm{e}^{\left(-2+\frac{1}{x}\right)}$ est égale à :	A. 0 ; B. $+\infty$ C. e^{-2} ; D. $-\infty$
7. Soit g la fonction définie sur $]1\,;+\infty[$ par : $$g(x) = \frac{2x+1}{x-1}.$$ Sa courbe représentative admet :	A. une unique asymptote. Elle est parallèle à l'axe des abscisses. B. une unique asymptote. Elle est parallèle à l'axe des ordonnées. C. deux asymptotes. D. aucune asymptote.
8. Soit h la fonction définie et dérivable sur $]0\,;+\infty[$ d'expression : $$h(x) = 2\ln(x) - x.$$ Soit h' la fonction dérivée de h sur $]0\,;+\infty[$. Alors l'expression de h' est :	A. $h'(x) = \frac{2-x}{x}$ B. $h'(x) = \frac{2}{x} - x$ C. $h'(x) = \frac{1}{x} - 1$ D. $h'(x) = \frac{2}{x} + 1$

Exercice 2 (5 points)
(commun à tous les candidats)

En vue de sa prochaine brochure d'information sur les dangers d'Internet, un lycée a fait remplir un questionnaire à chacun des 2 000 élèves, répartis dans les sections de seconde, première et terminale. On obtient la répartition suivante :

- un quart des élèves est en terminale ;
- 35% des élèves sont en première ;
- tous les autres sont en seconde ;
- parmi les élèves de terminale, 70% utilisent régulièrement internet ;
- 630 élèves sont des élèves de première qui utilisent régulièrement internet ;
- 1 740 élèves utilisent régulièrement Internet.

Cette enquête permet de modéliser le choix d'un élève du lycée.
On choisit au hasard un questionnaire d'élève, en supposant que ce choix se fait en situation d'équiprobabilité.
On note :

- S l'événement « le questionnaire est celui d'un élève en classe de seconde »
- E l'événement « le questionnaire est celui d'un élève en classe de première »
- T l'événement « le questionnaire est celui d'un élève en classe de terminale »
- I l'événement « le questionnaire est celui d'un élève qui utilise régulièrement Internet »

1. Compléter le tableau d'effectifs donné en annexe.

2. Déterminer la probabilité d'obtenir le questionnaire d'un élève de seconde qui utilise régulièrement Internet.

3. Calculer la probabilité de I sachant T, notée $p_T(I)$, et interpréter ce résultat à l'aide d'une phrase.

4. Calculer la probabilité que le questionnaire choisi soit celui d'un élève qui n'utilise pas Internet.

5. Le questionnaire est celui d'un élève qui utilise régulièrement Internet.
Montrer que la probabilité que ce soit le questionnaire d'un élève de première est égale à $\frac{21}{58}$.

6. On choisit au hasard, successivement et avec remise, trois questionnaires.

Quelle est la probabilité que, parmi les trois questionnaires, un exactement soit celui d'un élève utilisateur régulier d'Internet ?
On en donnera la valeur arrondie au millième.

<u>Exercice 3</u> (5 points)
(Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité)

Dans cet exercice tous les résultats numériques seront arrondis à l'unité sauf indication contraire.
Le tableau ci-dessous donne l'évolution du nombre d'hypermarchés (établissements réalisant plus d'un tiers de leurs ventes en alimentation et dont la surface est supérieure à 2 500 m^2) en France de l'année 1991 à l'année 2003.

Année	1991	1993	1995	1997	1999	2001	2003
Rang de l'année x_i	1	3	5	7	9	11	13
Nombre d'hypermarchés y_i	862	955	1 048	1 112	1 184	1 261	1 343

Source INSEE, compte de commerce

Partie A - Un ajustement affine

1. Représenter le nuage de points associé à la série statistique $(x_i\,;\,y_i)$ dans un repère orthogonal.
Unités graphiques : 1 cm représente une année en abscisse et 1 cm représente 100 hypermarchés en ordonnée ; faire débuter la graduation à 800 sur l'axe des ordonnées.

2. Déterminer les coordonnées du point moyen G de ce nuage et le placer dans le repère précédent.

3. Dans cette question, les calculs seront effectués à la calculatrice.
Donner une équation de la droite de régression D de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés.
Représenter cette droite D dans le repère précédent.

4. En supposant que ce modèle reste valide jusqu'en 2012, en déduire une estimation du nombre d'hypermarchés en France pour l'année 2012.

Partie B - Un nouvel ajustement

Les relevés précédents permettent de considérer que le nombre d'hypermarchés en France augmente de 3,2% par an à partir de 1997.
On suppose que cette progression reste valide jusqu'en 2018.

1. Déterminer une estimation du nombre d'hypermarchés en France pour l'année 2012.

Dans la question suivante, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

2. Déterminer à partir de quelle année le nombre d'hypermarchés en France dépassera 2 000.

Exercice 4 (6 points)
(commun à tous les candidats)

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]2\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x) = x^2 - 3x + 2 - 3\ln(x-2).$$

La courbe C_f représentative de la fonction f dans un repère orthogonal est donnée en annexe.

1. a) Donner par lecture graphique : $\lim\limits_{x \to 2} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

b) Retrouver par le calcul $\lim\limits_{x \to 2} f(x)$.

2. On note f' la dérivée de la fonction f sur l'intervalle $]2\,;\,+\infty[$.

a) Calculer $f'(x)$ et montrer que : $f'(x) = \dfrac{(x-3)(2x-1)}{x-2}$.

b) Étudier le signe de $f'(x)$

c) Dresser le tableau de variation de la fonction f.

3. Soit g la fonction définie sur l'intervalle $]2\,;\,+\infty[$ par $g(x) = \ln(x-2)$.

a) Soit G la fonction définie sur l'intervalle $]2\,;\,+\infty[$ par :

$$G(x) = (x-2)\ln(x-2) - x.$$

Montrer que G est une primitive de g sur l'intervalle $]2\,;\,+\infty[$.

b) En déduire une primitive F de f sur l'intervalle $]2\,;\,+\infty[$.

c) Sur l'annexe (à rendre avec la copie), hachurer le domaine D, délimité par la courbe C_f, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 3$ et $x = 4$.

d) Calculer l'aire, exprimée en unités d'aire, du domaine D.
On donnera la valeur exacte de cette aire puis une valeur approchée au centième près.

Annexe 1 de l'exercice 2

	Seconde	Première	Terminale	Total
Utilise internet régulièrement				
N'utilise pas internet régulièrement				
Total				

Annexe 2 de l'exercice 4