BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

Session 2011

MATHÉMATIQUES

- Série ES -

ENSEIGNEMENT OBLIGATOIRE

Durée de l'épreuve : 3 heures

Coefficient : 5

Les calculatrices électroniques de poche sont autorisées, conformément à la réglementation en vigueur.

Le sujet est composé de 4 exercices indépendants. Le candidat doit traiter tous les exercices.
Dans chaque exercice, le candidat peut admettre un résultat précédemment donné dans le texte pour aborder les questions suivantes, à condition de l'indiquer clairement sur la copie.
Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.
Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Le sujet comporte une annexe.

Avant de composer, le candidat s'assurera que le sujet comporte bien 6 pages numérotées de 1 à 6.

EXERCICE 1 (4 points)

Commun à tous les candidats

Cet exercice constitue un questionnaire à choix multiples. Pour chaque question, indiquer sur votre copie le numéro de la question et la seule réponse exacte.
Barème : Une réponse correcte rapporte 1 point, une réponse fausse ou l'absence de réponse n'enlève ni ne rapporte aucun point.

1) On considère la fonction f définie par $f(x)=\ln(1-x^2)$. On note C_f la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé.

a) L'ensemble de définition de la fonction f est :

$]0;+\infty[$ $\qquad$ $[-1;1]$ $\qquad$ $]-1;1[$ $\qquad$ $]1;+\infty[$

b) Le point de C_f d'abscisse $\frac{1}{2}$ a pour ordonnée :

$\ln\left(\frac{1}{2}\right)$ $\qquad$ $\ln 1-\ln\left(\frac{1}{4}\right)$ $\qquad$ $\ln 3-2\ln 2$ $\qquad$ $-0,2876820725$

2) On considère à présent la fonction g définie sur $]1;+\infty[$ par $g(x)=\ln(\ln x)$.

a) Sur $]1;+\infty[$, l'inéquation $g(x)>0$ admet comme ensemble de solutions :

$]1;e[$ $\qquad$ $]1;+\infty[$ $\qquad$ $]e;+\infty[$ $\qquad$ $[e;+\infty[$

b) Sur $]1;+\infty[$, l'expression de la dérivée de la fonction g est égale à :

$\frac{1}{\ln x}$ $\qquad$ $\frac{1}{x}\times\frac{1}{x}$ $\qquad$ x $\qquad$ $\frac{1}{x\ln x}$

EXERCICE 2 (6 points)

Commun à tous les candidats

On rappelle que :

- Le taux d'emploi d'une classe d'individus est calculé en rapportant le nombre d'individus de la classe ayant un emploi au nombre total d'individus dans la classe.
- Un individu âgé de 55 ans à 64 ans est appelé un « senior ».
- UE désigne l'Union européenne.

Selon un rapport de l'INSEE :

« Le taux d'emploi des personnes âgées de 55 à 64 ans est considéré comme un levier privilégié pour limiter l'exclusion de ces personnes du marché du travail et maîtriser les dépenses de retraites. En 2008, il est de 45,6 % dans l'UE, mais seulement de 38,3 % en France alors que l'objectif de l'UE comme de la France est d'atteindre 50 % en 2010. »

Le but de l'exercice est de vérifier si la France a atteint l'objectif visé par l'UE.

Dans tout l'exercice, le taux d'emploi sera exprimé en pourcentage. Les valeurs approchées seront arrondies au dixième.

Partie A Etude statistique et interpolation de données

Le tableau ci-dessous indique le taux d'emploi des seniors en France entre 1992 et 1998 :

Année	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5	6
Taux d'emploi des seniors en % y_i	29,8	29,7	29,6	29,6	29,4	29	28,3

Source : INSEE, Eurostat

1) Déterminer, en utilisant la calculatrice, l'équation de la droite d'ajustement affine de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés.

2) Selon cet ajustement, déterminer le taux d'emploi des seniors en 1999.

3) Selon cet ajustement, déterminer si la France a atteint l'objectif fixé en 2010.

Partie B Interpolation de données à l'aide d'un second modèle

Le taux d'emploi des séniors en France est en réalité de 28,8 % en 1999 et on admet qu'à partir de l'année $2000+n$, il est donné par l'expression $29{,}9\times1{,}037^n$ où n désigne un entier naturel. Selon ce modèle, déterminer :

1) Le taux d'emploi des seniors en 2010.

2) À partir de quelle année, la France aura atteint son objectif.

Partie C Extrapolation de données selon un troisième modèle.

Le tableau ci-dessous indique le taux d'emploi des seniors en France entre 2001 et 2009 :

Année	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Rang de l'année x_i	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Taux d'emploi des seniors en % y_i	31,9	34,7	37	37,8	38,5	38,1	38,2	38,2	38,9

Source : INSEE, Eurostat

Désormais, à partir de 2001, on choisit un modèle logarithmique et on admettra qu'à partir de 2001, le taux d'emploi des seniors est donné par la fonction f définie sur $[9;+\infty[$ par $f(x)=a\ln(x+1)+b$ où a et b désignent deux nombres réels.

1) En considérant les années 2001 et 2006, écrire le système d'équations que doivent vérifier a et b.

2) En déduire que $a=\dfrac{6,2}{\ln 1,5}$.

Dans la suite, on admettra que $a=15,3$ et $b=-3,3$.

3) Selon ce modèle, déterminer à partir de quelle année, la France aura atteint son objectif.

EXERCICE 3 (5 points)

Commun à tous les candidats

On considère les fonctions f , g et h définies sur **R** par $f(x) = \mathrm{e}^{-x}$, $g(x) = -x+1$ et $h(x) = f(x) - g(x)$.

On note C_f la courbe représentative de la fonction f et Δ la droite représentant la fonction g dans un repère orthonormé du plan.

Partie A Position relative de C_f et de l'une de ses tangentes.

1) Vérifier, par le calcul, que la tangente à C_f au point d'abscisse 0 est la droite Δ.

2) a) Montrer que pour tout $x \in$ **R**, $h'(x) = 1 - \mathrm{e}^{-x}$.

b) Etudier le signe de $h'(x)$ suivant les valeurs de x.

c) En déduire le sens de variation de la fonction h sur **R**.

3) En utilisant les questions **1)** et **2)**, étudier la position relative de la courbe C_f et de sa tangente au point d'abscisse 0.

Partie B Calcul d'aire

1) Montrer que $\int_0^1 h(x)dx = \frac{1}{2} - \frac{1}{\mathrm{e}}$.

2) *Dans cette question, toute trace de recherche même non aboutie sera prise en compte dans l'évaluation.*

Soit a un nombre réel vérifiant $a > 1$. On appelle D le domaine colorié sur le graphique en **annexe**. On note $\mathcal{A}$ l'aire, exprimée en unité d'aire, du domaine D.

a) Déterminer en fonction de a la valeur de $\mathcal{A}$.

b) Déterminer la limite de $\mathcal{A}$ lorsque a tend vers $+\infty$.

EXERCICE 4 (5 points)

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

On rappelle que pour tout événement A et B d'un univers :

- l'événement « A et B » est noté $\mathrm{A} \cap \mathrm{B}$,
- la probabilité de l'événement A est notée $P(\mathrm{A})$,
- si $P(\mathrm{A}) \neq 0$, alors la probabilité conditionnelle de B sachant A est notée $P_{\mathrm{A}}(\mathrm{B})$.

Lors de l'année de terminale ES, les trois quarts des élèves travaillent sérieusement tout au long de l'année scolaire.
Un candidat au baccalauréat ES a une probabilité de 0,9 d'obtenir son bac s'il a travaillé sérieusement et une probabilité de 0,2 s'il n'a pas travaillé sérieusement pendant l'année scolaire.
Un candidat est dit surpris s'il est admis alors qu'il n'a pas travaillé sérieusement pendant l'année scolaire ou bien s'il est refusé et qu'il a travaillé sérieusement pendant l'année scolaire. On note :

- T l'événement « le candidat a travaillé sérieusement»
- A l'événement « le candidat est admis au baccalauréat ES »
- S l'événement « Le candidat est surpris »

On interroge au hasard un candidat au baccalauréat ES.

Dans tout l'exercice, on donnera des valeurs approchées arrondies au millième.

1) Construire un arbre pondéré traduisant les données de l'énoncé.

2) Déterminer la probabilité des événements suivants :

a) $\mathrm{T} \cap \mathrm{A}$

b) $\mathrm{T} \cap \overline{\mathrm{A}}$

c) $\overline{\mathrm{T}} \cap \mathrm{A}$

d) $\overline{\mathrm{T}} \cap \overline{\mathrm{A}}$

3) a) Déterminer la probabilité que le candidat interrogé soit admis.

b) Le candidat est admis. Déterminer la probabilité que ce candidat ait travaillé sérieusement pendant l'année scolaire.

4) Démontrer que la probabilité de l'événement S est 0,125.

5) On interroge trois élèves au hasard. Calculer la probabilité qu'au moins un élève soit surpris ?

ANNEXE

EXERCICE 3