BACCALAURÉAT GENÉRAL

Session 2011

MATHÉMATIQUES

Série ES

Enseignement Obligatoire

Durée de l'épreuve : 3 heures

Coefficient : 5

Ce sujet comporte 6 pages numérotées de 1 à 6.

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

Le sujet est composé de 4 exercices indépendants.
Le candidat doit traiter tous les exercices.
Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.
La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

La feuille Annexe de l'exercice 2 est à rendre avec la copie.

EXERCICE 1 (5 points)
Commun à tous les candidats

Pierre, le président d'un club de judo, veut acheter 60 médailles ayant la même référence. Elles sont gravées à l'effigie d'une ou d'un champion : Doullet, Rinar ou Vécosse. Il passe commande chez un grossiste qui travaille avec deux fournisseurs A et B. Le tableau suivant indique les caractéristiques du colis contenant les 60 médailles envoyées par le grossiste :

	Doullet	Rinar	Vécosse	Total
Fournisseur A	10	10	10	30
Fournisseur B	5	10	15	30
Total	15	20	25	60

Pierre reçoit le colis, et tire au hasard une médaille. Dans la suite de l'exercice, on suppose que chaque médaille a la même probabilité d'être tirée.

1. (a) Montrer que la probabilité que cette médaille soit à l'effigie de Vécosse est égale à $\dfrac{5}{12}$.

   (b) Quelle est la probabilité que cette médaille soit à l'effigie de Vécosse et provienne du fournisseur B ?

   (c) Pierre constate que la médaille tirée est à l'effigie de Vécosse. Quelle est la probabilité qu'elle provienne du fournisseur B ?

Pierre remet la médaille dans le colis.

2. Pierre répète maintenant trois fois de suite les mêmes gestes :
   - il tire au hasard une médaille ;
   - il note l'effigie du champion et remet la médaille dans le colis.

   Quelle est la probabilité qu'au moins une des médailles soit à l'effigie de Vécosse ?

EXERCICE 2 (5 points)
Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

On s'intéresse au nombre de personnes atteintes d'une maladie A ou d'une maladie B en France entre 1970 et 2005.
Les données ont été représentées graphiquement sur l'annexe (à rendre avec la copie). On précise que sur l'axe des abscisses, le rang zéro correspond à l'année 1970, le rang cinq à l'année 1975.

Partie I. Maladie A

On envisage un ajustement affine du nuage de points correspondant à la maladie A. Voici une partie des données :

Année	1970	1975	1980	1985	1990	1995	2000	2005
Rang de l'année : x_i	0	5	10	15	20	25	30	35
Nombre de personnes atteintes de la maladie A : y_i	4884	4303	3713	3175	2836	2352	2011	1789

1. À l'aide de la calculatrice et en arrondissant les coefficients à l'unité, donner l'équation réduite de la droite d'ajustement de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés.
2. Tracer cette droite dans le repère situé sur l'annexe.
3. En supposant que cet ajustement affine est valable jusqu'en 2011, quelle prévision peut-on faire du nombre de personnes qui seront atteintes de cette maladie A en France en 2011 ?

Partie II. Maladie B

1. À partir des données du graphique concernant la maladie B (fournies en annexe), un ajustement affine parait-il approprié ? Justifier votre réponse.
2. On admet que la courbe Γ tracée sur l'annexe représente un ajustement du nuage, valable jusqu'en 2011.
   Lire le nombre prévisible de personnes qui seront atteintes de la maladie B en 2011.
3. La courbe Γ est une parabole d'équation $y = ax^2 + bx + c$, a étant un nombre réel non nul, b et c étant des nombres réels. La courbe Γ passe par les points $P(0\,;\,1700)$, $Q(10\,;\,1950)$ et $R(20\,;\,2900)$.
   (a) Justifier que $c = 1700$.
   (b) Déterminer les nombres réels a et b.
   (c) En déduire le nombre prévisible de personnes qui seront atteintes de la maladie B en 2011.

EXERCICE 3 (6 points)
Commun à tous les candidats

Une entreprise fabrique chaque mois x tonnes d'un certain produit, avec x appartenant à l'intervalle $]0\,;\,6]$. Le coût moyen de fabrication, exprimé en milliers d'euros, pour une production mensuelle de x tonnes est donné par $C(x)$, où C est la fonction définie par :

$$C(x) = \frac{0,01e^x + 2}{x}.$$

1. À l'aide de la calculatrice :
   (a) conjecturer en terme de variations l'évolution du coût moyen de fabrication sur l'intervalle $]0\,;\,6]$;
   (b) estimer le minimum du coût moyen de fabrication et la production mensuelle correspondante ;
   (c) dire s'il est possible d'atteindre un coût moyen de fabrication de 4000 euros. On précisera la méthode utilisée.
2. On désigne par C' la fonction dérivée de la fonction C. Montrer que, pour tout nombre réel x appartenant à l'intervalle $]0\,;\,6]$:
$$C'(x) = \frac{0,01xe^x - 0,01e^x - 2}{x^2}.$$
3. On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]0\,;\,6]$ par :
$$f(x) = 0,01xe^x - 0,01e^x - 2.$$
   On désigne par f' la fonction dérivée de la fonction f.
   (a) Vérifier que pour tout nombre réel x appartenant à l'intervalle $]0\,;, 6]$
$$f'(x) = 0,01xe^x.$$
   (b) Justifier que la fonction f est strictement croissante sur l'intervalle $]0\,;\,6]$.
   (c) Justifier que l'équation $f(x) = 0$ admet une seule solution α appartenant à l'intervalle $[4\,;\,5]$.
   Donner la valeur arrondie au dixième du nombre réel α.
   (d) Déduire des résultats précédents le signe de $f(x)$ sur l'intervalle $]0\,;\,6]$.
4. À l'aide des questions précédentes, justifier que le minimum du coût moyen de fabrication est obtenu pour une production mensuelle de α tonnes du produit.

EXERCICE 4 (4 points)
Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions posées, une seule des trois réponses est exacte.
Recopier le numéro de chaque question et préciser la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.
Barème : Une réponse exacte rapporte 1 point ; une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.

1. En septembre 2009, la T.V.A. dans la restauration est passée de 19,6% à 5,5%. En août 2009, une brasserie proposait un menu à 12,70 € (T.V.A incluse). Le responsable a appliqué ce changement de T.V.A. Quel était en septembre 2009 le prix de ce menu après le changement de T.V.A. (arrondi au centime) ?

   (a) 10,91 €
   (b) 11,20 €
   (c) 12,70 €

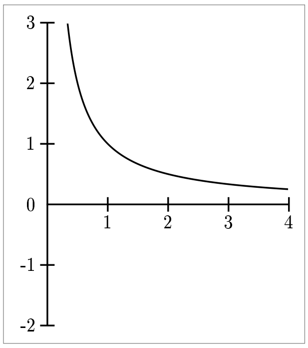
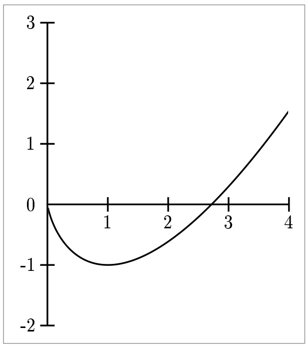
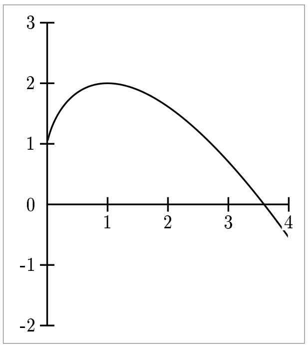
2. La fonction f est définie sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ par $f(x) = \ln(100 + x)$.
   Comment varie la fonction f ?

   (a) la fonction f est décroissante sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$.
   (b) la fonction f est constante sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$.
   (c) la fonction f est croissante sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$.

3. Quelle est la valeur de l'intégrale $\displaystyle\int_0^1 \left(3x - x^2\right) dx$?

   (a) 0
   (b) $\dfrac{7}{6}$
   (c) 2

4. La fonction g est définie sur l'intervalle $]0\,;\,4]$ par $g(x) = \ln x$. Parmi les trois courbes suivantes, laquelle représente une primitive de la fonction g ?

(a)	(b)	(c)
		

Annexe à rendre avec la copie

Nombre de personnes atteintes de la maladie A ou de la maladie B
en France entre 1970 et 2005