

CORRIGE

Ces éléments de correction n'ont qu'une valeur indicative. Ils ne peuvent en aucun cas engager la responsabilité des autorités académiques, chaque jury est souverain.

| | | |
|------|---|---------------------|
| | BACCALAURÉAT GÉNÉRAL – Série ES – MATHÉMATIQUES | Session 2011 |
| Code | 11MAOEIN1 – 11MASEIN1 | |
| | RECOMMANDATIONS DE CORRECTION | |
| | <i>Il est rappelé que ce document est à l'usage exclusif des jurys. Les règles de confidentialité habituelles s'appliquent à son contenu.</i> | |

Remarques générales :

- Sur l'ensemble du sujet les erreurs d'arrondi ne devront pas enlever plus de 0,5 points
- Dans une suite de questions enchaînées, lorsque la première réponse est fautive, on attribuera le maximum des points aux réponses suivantes quand la méthode utilisée est correcte, et le résultat obtenu cohérent avec celui de la première question.
- De façon générale, une réponse exacte, même non justifiée, doit être valorisée.

Évaluation des compétences évoluées :

Conformément à la note de l'Inspection générale de février 2008 : « les épreuves écrites au baccalauréat et leur évaluation », il convient d'être attentif dans l'évaluation aux différentes compétences visées :

- les compétences de base :
 - C1 : mobiliser et restituer des connaissances
 - C2 : appliquer des méthodes
- les compétences évoluées :
 - C3 : prendre des initiatives, choisir un modèle, émettre une conjecture, expérimenter
 - C4 : raisonner, démontrer, élaborer une démarche
 - C5 : évaluer, critiquer un résultat, vérifier la validité d'un résultat ou d'une méthode

Sur les questions signalées dans les commentaires qui suivent, on valorisera la mise en œuvre de ces compétences évoluées : on regardera donc d'abord la pertinence de la démarche, les ébauches de résolution, le retour critique sur les résultats... en veillant à ce que, dans ce cas, les maladresses dans l'expression et dans la rédaction ne soient pas trop sanctionnées.

Exercice 1 (commun à tous les candidats) : 5 points

| | Éléments de correction | commentaire | barème | | | | | | | | | | | | | | |
|--------------|---|--------------|--------|------|-----|------|----|----|----------|------|------|-----|------|-----|------|--|-----|
| 1 | $p(T) = 0,3$ et $p_T(C) = 0,6$. | | 0,5 | | | | | | | | | | | | | | |
| 2 | Arbre complet ; l'énoncé permet de préciser les probabilités associées à chaque « branche » | | 1 | | | | | | | | | | | | | | |
| 3.a | L'événement $M \cap C$ correspond à : « le client interrogé a pris un assortiment de macarons et un café ». $p(M \cap C) = p_M(C) \times p(M) = 0,8 \times 0,5 = 0,4$ | | 0,5 | | | | | | | | | | | | | | |
| 3.b | $p(C) = p(C \cap M) + p(C \cap T) + p(C \cap P) = 0,4 + 0,18 + 0,18 = 0,76$ | | 1 | | | | | | | | | | | | | | |
| 4 | $p_C(M) = \frac{p(C \cap M)}{p(C)} = \frac{0,4}{0,76} \approx 0,53$ | | 0,5 | | | | | | | | | | | | | | |
| 5. a | Les six valeurs possibles sont : 18€ (P et \bar{C}) ; 20€ (P et C) ; 24€ (M et \bar{C}) ; 25€ (T et \bar{C}) ; 26€ (M et C) ; 27€ (T et C). | | 0,5 | | | | | | | | | | | | | | |
| 5. b | <table border="1"> <tr> <td>Sommes s_i</td> <td>18</td> <td>20</td> <td>24</td> <td>25</td> <td>26</td> <td>27</td> </tr> <tr> <td>$p(s_i)$</td> <td>0,02</td> <td>0,18</td> <td>0,1</td> <td>0,12</td> <td>0,4</td> <td>0,18</td> </tr> </table> | Sommes s_i | 18 | 20 | 24 | 25 | 26 | 27 | $p(s_i)$ | 0,02 | 0,18 | 0,1 | 0,12 | 0,4 | 0,18 | | 0,5 |
| Sommes s_i | 18 | 20 | 24 | 25 | 26 | 27 | | | | | | | | | | | |
| $p(s_i)$ | 0,02 | 0,18 | 0,1 | 0,12 | 0,4 | 0,18 | | | | | | | | | | | |
| 5. c | $E(S) = 24,62$ Un client dépense en moyenne 24,62€ par repas. | | 0,5 | | | | | | | | | | | | | | |

Exercice 2 (commun à tous les candidats): 4 points

| | Éléments de correction | commentaire | bareme |
|-----|--|---------------|--------|
| 1.a | On lit graphiquement : $f(0) = 3$ et $f'(0) = 2$ | | 0,5 |
| 1.b | $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ | | 0,5 |
| 2. | équation réduite de T (droite (AB)) : $y = 2x + 3$ | | 0,5 |
| 3. | L'aire recherchée est comprise entre 3 et 4 unités. | | 0,5 |
| 4.a | $f'(x) = \frac{-ax + a - b}{e^x}$ | | 0,75 |
| 4.b | $f(0) = 3$ donne $b = 2$ $f'(0) = 2$ donne ensuite $a = 4$ | | 0,5 |
| 5. | L'aire recherchée est égale, en unités d'aires, à : $\int f(x) dx$ $F(1) - F(0) = 7 - \frac{10}{e} \approx 3,32$. Le résultat est cohérent avec l'encadrement obtenu à la question 3. : $3 < \mathcal{A} < 4$ | Compétence C5 | 0,75 |

Exercice 3 (candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité) : 5 pts

| | Éléments de correction | commentaire | bareme |
|----|---|-------------|--------|
| 1. | <p>Le graphe est connexe, et deux de ses sommets exactement sont de degré impair: B(3) et E(3). Donc il existe une chaîne eulérienne au moins entre les sommets B et E. Par exemple : B – A – C – E – G – H – F – D – B – C – D – H – E</p> | | 1,5 |
| 2. | <p>Par lecture de la matrice, on peut affirmer qu'il existe trois chemins de longueur 3 reliant B à H. Ces chemins sont : B – D – F – H ; B – C – D – H ; B – C – E – H</p> | | 1,5 |
| 3. | <p>Avec l'algorithme de Dijkstra, on obtient le plus court chemin reliant A à F. C'est le chemin : A – C – E – H – F ; sa longueur est de 1200 km.</p> | | 2 |

Exercice 3 (candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité) : 5 points

| | Éléments de correction | commentaire | bareme |
|--------|--|-------------|--------|
| A.1.a | On obtient : $G(2,5 ; 52,5)$ Placement de G sur le graphique | | 0,75 |
| A.1.b | Une seule des deux propositions correspond à une droite passant par le point moyen. Ainsi on a : $(d) : y = 10x + 27,5$ | | 0,5 |
| A.1.c | Tracé de (d) | | 0,5 |
| A.2. | $y_8 = 107,5$ soit 107 500 pages visitées. | | 0,5 |
| B.1 | Tracé des trois points supplémentaires sur le graphique | | 0,5 |
| B.2.a | $z = 0,25x + 3,33$ | | 0,75 |
| B.2. b | $y = e^{(0,25x+3,33)} = e^{3,33} \times e^{0,25x}$. Avec $e^{3,33} \approx 27,94$, on obtient la relation attendue. | | 0,75 |
| B.2.c | Pour $x = 8$, on obtient $y \approx 206,45$, d'où une estimation de 206 450 pages visitées pour la huitième semaine avec ce nouveau modèle. Avec le modèle de la partie A, 18 semaines sont nécessaires pour atteindre ce niveau de pages visitées. | | 0,75 |

Exercice 4 (commun à tous les candidats) : 6 points

| | Éléments de correction | commentaire | Bareme |
|--------|--|--|--------|
| A. 1.a | $R(2) = 3$ Pour 200 litres vendus, la recette est de 3000€ | | 0,5 |
| A. 1.b | Tracé du segment représentant la fonction recette R sur l'intervalle $[0,25 ; 5]$. | | 0,25 |
| A. 2 a | La plage de rentabilité correspond à l'intervalle sur lequel le segment représentant R est au dessus de la courbe. Par lecture graphique, on repère les abscisses des points d'intersection de la courbe avec le segment ; on obtient une plage de rentabilité correspondant approximativement à l'intervalle $[0,6 ; 4,5]$. Les quantités commercialisées qui permettent un bénéfice positif sont donc comprises, approximativement, entre 60 litres et 450 litres. | Pour toutes les lectures graphiques, une marge d'erreur « raisonnable » sera acceptée, d'autant plus si elle est cohérente avec les traces de lecture graphique. Compétences C3 et C5 | 0,75 |
| A.2.b | Le segment « vertical » séparant le point d'abscisse 2 sur la courbe du point d'abscisse 2 sur le segment est de longueur 1,7 unités environ. Donc le bénéfice réalisé pour 200 litres commercialisés est d'environ 1700€. | Compétences C3 et C5 | 0,5 |
| A.2.c | On obtient une différence d'ordonnée maximale entre deux points de même abscisse du segment représentant R et de la courbe pour $x \approx 2,75$ (« segment vertical » de longueur maximale « entre la courbe et le segment représentant R »). Le bénéfice est donc maximal pour une production approximativement égale à 275 litres ; la longueur du segment est d'environ 2,1 unités, soit un bénéfice maximal d'environ 2100€. | Compétences C3 et C5 | 0,5 |

| | | | | | | | | | | | |
|-------|---|----------------|------|----------|---|-------|---|---|---|--|------|
| B.1 | <p>Le bénéfice est la différence entre la recette et le coût total. D'où le résultat attendu.</p> $B(2) = -1 + 4 \ln 2 - 1 + 4 \ln 2 \approx 1,773.$ <p>Le bénéfice réalisé pour 200 litres commercialisés est, arrondi à l'euro, de 1773€ (résultat cohérent avec la lecture graphique de la partie A, qui donne 1700€).</p> | | 0,75 | | | | | | | | |
| B.2 | $B'(x) = 1,5 - 2x + 2(1 + \ln x) = 2 \ln x - 2x + 3,5$ | | 0,5 | | | | | | | | |
| B.3.a | <p>D'après le tableau de variations, la dérivée B' est strictement positive sur $[0,25 ; 1]$. Elle est strictement décroissante sur $[1 ; 5]$ avec $B'(1) > 0$ et $B'(5) < 0$.</p> <p>D'où le résultat attendu.</p> | | 0,75 | | | | | | | | |
| B.3.b | <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td>x</td> <td>0,25</td> <td>α</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>B'(x)</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> </tr> </table> <p>Tableau de variations de B déduit du signe de la dérivée B'.</p> | x | 0,25 | α | 5 | B'(x) | + | 0 | - | | 0,75 |
| x | 0,25 | α | 5 | | | | | | | | |
| B'(x) | + | 0 | - | | | | | | | | |
| B.4.a | <p>B présente un maximum en α. Le bénéfice est maximal pour environ 277 litres commercialisés. On obtient un bénéfice maximal de 2127€.</p> | | 0,5 | | | | | | | | |
| B.4.b | <p>Les résultats sont cohérents avec la lecture graphique réalisée à la partie A (qui donnait 275 litres pour 2100€ de bénéfice maximal).</p> | Compétence C5. | 0,25 | | | | | | | | |