

# BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

Session 2011

---

MATHÉMATIQUES

Série ES

Enseignement de Spécialité

*Durée de l'épreuve : 3 heures*

*Coefficient : 7*

**Ce sujet comporte 5 pages numérotées de 1 à 5.**

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

*Le sujet est composé de 4 exercices indépendants.*

*Le candidat doit traiter tous les exercices.*

*Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.*

*La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.*

**EXERCICE 1 (5 points)**  
**Commun à tous les candidats**

Pierre, le président d'un club de judo, veut acheter 60 médailles ayant la même référence. Elles sont gravées à l'effigie d'une ou d'un champion : Doulet, Rinar ou Vécosse. Il passe commande chez un grossiste qui travaille avec deux fournisseurs A et B. Le tableau suivant indique les caractéristiques du colis contenant les 60 médailles envoyées par le grossiste :

	Doulet	Rinar	Vécosse	Total
Fournisseur A	10	10	10	30
Fournisseur B	5	10	15	30
Total	15	20	25	60

Pierre reçoit le colis, et tire au hasard une médaille. Dans la suite de l'exercice, on suppose que chaque médaille a la même probabilité d'être tirée.

1. (a) Montrer que la probabilité que cette médaille soit à l'effigie de Vécosse est égale à  $\frac{5}{12}$ .
- (b) Quelle est la probabilité que cette médaille soit à l'effigie de Vécosse et provienne du fournisseur B ?
- (c) Pierre constate que la médaille tirée est à l'effigie de Vécosse. Quelle est la probabilité qu'elle provienne du fournisseur B ?

Pierre remet la médaille dans le colis.

2. Pierre répète maintenant trois fois de suite les mêmes gestes :

- il tire au hasard une médaille ;
- il note l'effigie du champion et remet la médaille dans le colis.

Quelle est la probabilité qu'au moins une des médailles soit à l'effigie de Vécosse ?

**EXERCICE 2 (5 points)**  
**Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité**

La société « Vélibre », spécialisée dans la location de vélos, a été créée en janvier 2010 avec un parc de 150 vélos neufs.

Afin de conserver un parc de bonne qualité, le directeur de la société a décidé :

- de racheter 40 vélos neufs en janvier de chaque année ;
- de revendre 20% des vélos en janvier 2011 et en janvier 2012 ;
- de revendre 20% au moins des vélos les plus usagés en janvier de chaque année suivante.

1. Pour tout nombre entier naturel  $n$ , on modélise le nombre approximatif de vélos du parc en janvier de l'année 2010 +  $n$  par les termes de la suite  $(U_n)$  définie pour tout nombre entier naturel  $n$  par

$$U_{n+1} = 0,8U_n + 40 \text{ et } U_0 = 150.$$

Vérifier que  $U_1$  et  $U_2$  correspondent bien au nombre prévu de vélos du parc pour janvier 2011 et janvier 2012.

2. Pour connaître l'évolution du nombre approximatif de vélos du parc, le directeur utilise un tableur. Voici un extrait de sa feuille de calcul :

	A	B	C	D	E
1	<b>Valeur de n</b>	<b>Valeur de Un</b>		<b>Valeur de n</b>	<b>Valeur de Un</b>
2	0	150		18	199,10
3	1	160		19	199,28
4	2	168		20	199,42
5	3	174,4		21	199,54
6	4	179,52		22	199,63
7	5	183,62		23	199,70
8	6	186,89		24	199,76
9	7	189,51		25	199,81
10	8	191,61		26	199,85
11	9	193,29		27	199,88
12	10	194,63		28	199,90
13	11	195,71		29	199,92
14	12	196,56		30	199,94
15					

- (a) Conjecturer le sens de variation de la suite  $(U_n)$ .
- (b) Quelle semble être la limite de la suite  $(U_n)$  ?
3. Pour tout nombre entier naturel  $n$ , on pose  $V_n = U_n - 200$ .
- (a) Prouver que la suite  $(V_n)$  est géométrique de raison 0,8. Déterminer son premier terme.
- (b) En déduire, pour tout nombre entier naturel  $n$ , l'expression de  $V_n$  puis celle de  $U_n$  en fonction du nombre entier  $n$ .
- (c) Déterminer la limite de la suite  $(U_n)$ .
- (d) Démontrer que, pour tout nombre entier naturel  $n$ , on a

$$U_{n+1} - U_n = 10 \times 0,8^n$$

- (e) En déduire le sens de variation de la suite  $(U_n)$ .
4. Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

La municipalité prévoit d'implanter de nouvelles bornes dans la ville afin d'offrir aux usagers 250 emplacements. La société « Vélibre » pourra-t-elle satisfaire cette demande ? Argumenter la réponse.

**EXERCICE 3 (6 points)**  
**Commun à tous les candidats**

Une entreprise fabrique chaque mois  $x$  tonnes d'un certain produit, avec  $x$  appartenant à l'intervalle  $]0; 6]$ . Le coût moyen de fabrication, exprimé en milliers d'euros, pour une production mensuelle de  $x$  tonnes est donné par  $C(x)$ , où  $C$  est la fonction définie par :

$$C(x) = \frac{0,01e^x + 2}{x}.$$

1. À l'aide de la calculatrice :
  - (a) conjecturer en terme de variations l'évolution du coût moyen de fabrication sur l'intervalle  $]0; 6]$ ;
  - (b) estimer le minimum du coût moyen de fabrication et la production mensuelle correspondante;
  - (c) dire s'il est possible d'atteindre un coût moyen de fabrication de 4000 euros. On précisera la méthode utilisée.
2. On désigne par  $C'$  la fonction dérivée de la fonction  $C$ . Montrer que, pour tout nombre réel  $x$  appartenant à l'intervalle  $]0; 6]$  :

$$C'(x) = \frac{0,01xe^x - 0,01e^x - 2}{x^2}.$$

3. On considère la fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $]0; 6]$  par :

$$f(x) = 0,01xe^x - 0,01e^x - 2.$$

On désigne par  $f'$  la fonction dérivée de la fonction  $f$ .

- (a) Vérifier que pour tout nombre réel  $x$  appartenant à l'intervalle  $]0; 6]$

$$f'(x) = 0,01xe^x.$$

- (b) Justifier que la fonction  $f$  est strictement croissante sur l'intervalle  $]0; 6]$ .
  - (c) Justifier que l'équation  $f(x) = 0$  admet une seule solution  $\alpha$  appartenant à l'intervalle  $[4; 5]$ .  
Donner la valeur arrondie au dixième du nombre réel  $\alpha$ .
  - (d) Dédire des résultats précédents le signe de  $f(x)$  sur l'intervalle  $]0; 6]$ .
4. À l'aide des questions précédentes, justifier que le minimum du coût moyen de fabrication est obtenu pour une production mensuelle de  $\alpha$  tonnes du produit.

**EXERCICE 4 (4 points)**  
**Commun à tous les candidats**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions posées, une seule des trois réponses est exacte.

Recopier le numéro de chaque question et préciser la réponse choisie.

Aucune justification n'est demandée.

*Barème : Une réponse exacte rapporte 1 point ; une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.*

1. En septembre 2009, la T.V.A. dans la restauration est passée de 19,6% à 5,5%. En août 2009, une brasserie proposait un menu à 12,70 € (T.V.A incluse). Le responsable a appliqué ce changement de T.V.A. Quel était en septembre 2009 le prix de ce menu après le changement de T.V.A. (arrondi au centime) ?

- (a) 10,91 €
- (b) 11,20 €
- (c) 12,70 €

2. La fonction  $f$  est définie sur l'intervalle  $[0; +\infty[$  par  $f(x) = \ln(100 + x)$ . Comment varie la fonction  $f$  ?

- (a) la fonction  $f$  est décroissante sur l'intervalle  $[0; +\infty[$ .
- (b) la fonction  $f$  est constante sur l'intervalle  $[0; +\infty[$ .
- (c) la fonction  $f$  est croissante sur l'intervalle  $[0; +\infty[$ .

3. Quelle est la valeur de l'intégrale  $\int_0^1 (3x - x^2) dx$  ?

- (a) 0
- (b)  $\frac{7}{6}$
- (c) 2

4. La fonction  $g$  est définie sur l'intervalle  $]0; 4]$  par  $g(x) = \ln x$ . Parmi les trois courbes suivantes, laquelle représente une primitive de la fonction  $g$  ?

