

# BACCALAUREAT GENERAL

Session 2011

Epreuve de **MATHEMATIQUES**

**Série L - spécialité -**

**DUREE DE L'EPREUVE : 3 heures - COEFFICIENT : 3**

*Ce sujet comporte 5 pages numérotées de 1/5 à 5/5.*

*La page annexée (page 5) sera rendue avec la copie.*

*L'usage des calculatrices et des instruments de géométrie est autorisé.*

*L'usage des formulaires de mathématiques n'est pas autorisé.*

*Le candidat doit traiter les quatre exercices.*

*Dès que le sujet est remis, assurez-vous qu'il est complet et que toutes les pages sont imprimées.*

*Il sera tenu compte de la clarté des raisonnements, de la qualité de la rédaction et de la netteté des dessins dans l'appréciation des copies.*

**EXERCICE 1 (4 points)**

Lors de la session 2008 du baccalauréat série littéraire, on a constaté que 80,5% des élèves ayant obtenu le baccalauréat étaient des filles.

On a d'autre part relevé, sur le site du Ministère, le tableau suivant donnant la répartition des mentions par sexe obtenues par les bacheliers de cette session :

	Filles		Garçons
Pas de mention	59,3%	Pas de mention	62,8%
Assez bien	25,4%	Assez bien	24,7%
Bien ou Très bien	15,3%	Bien ou Très bien	12,5%

Source : Ministère de l'Éducation nationale.

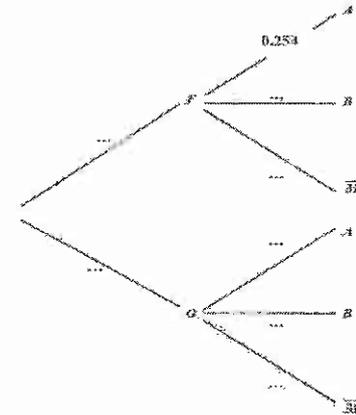
Lecture : 59,3% des filles ayant obtenu le baccalauréat, l'ont obtenu sans mention.

On interroge au hasard un élève ayant réussi au baccalauréat série littéraire lors de cette session et on considère les événements suivants :

- $F$  : « l'élève interrogé est une fille »
- $G$  : « l'élève interrogé est un garçon »
- $A$  : « l'élève interrogé a obtenu la mention Assez bien »
- $B$  : « l'élève interrogé a obtenu la mention Bien ou Très bien »
- $\bar{M}$  : « l'élève interrogé n'a pas obtenu de mention ».

Les résultats seront arrondis au millième.

1. Justifier et exprimer par une phrase en langage courant :  $P_G(\bar{M}) = 0,628$ .
2. Reproduire sur la copie l'arbre de probabilité ci-contre et le compléter sans justification.
3. Comment se note l'évènement : « l'élève interrogé est un garçon et il n'a pas obtenu de mention au baccalauréat » ? Quelle est la probabilité de cet évènement ?
4. a. Définir par une phrase l'évènement  $A \cup B$ .  
b. Calculer  $P(A \cup B)$ .



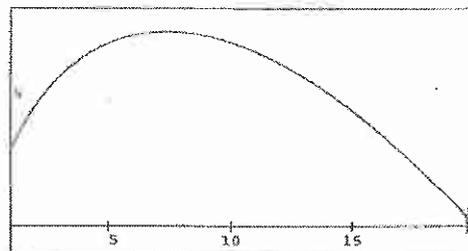
**EXERCICE 2 (6 points)**

On considère la fonction  $f$  définie pour tout nombre réel  $x$  de l'intervalle  $[1; 20]$  par :

$$f(x) = x(3 - \ln x).$$

On a obtenu l'écran ci-contre pour représenter la fonction  $f$  à l'aide d'un traceur de courbe.

On note  $f'$  la fonction dérivée de la fonction  $f$ .



**Partie A**

1. Montrer que  $f'(x) = 2 - \ln x$ , pour tout nombre réel  $x$  de l'intervalle  $[1; 20]$ .
2. Résoudre l'inéquation :  $2 - \ln x > 0$  sur l'intervalle  $[1; 20]$ .
3. En déduire le tableau de variation de  $f$  sur l'intervalle  $[1; 20]$ .

**Partie B**

On modélise le nombre des ventes d'un roman après sa parution à l'aide de la fonction  $f$ . Si  $n$  désigne un nombre entier de l'intervalle  $[1; 20]$ ,  $f(n)$  désigne le nombre d'exemplaires vendus, exprimé en milliers, au cours de la  $n$ -ième semaine.

1. a. Combien d'exemplaires ont été vendus au cours de la troisième semaine ?  
 b. Combien d'exemplaires ont été vendus au cours des trois premières semaines ?
2. On considère l'algorithme suivant où  $f$  désigne la fonction de la partie A :

entrée :	V est un entier naturel		
traitement	Donner à X la valeur 0 Donner à S la valeur 0 tant que $S < V$ faire : <table border="1" style="margin-left: 20px; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 2px;">Donner à X la valeur <math>X + 1</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">Donner à S la valeur <math>S + f(X)</math></td> </tr> </table>	Donner à X la valeur $X + 1$	Donner à S la valeur $S + f(X)$
Donner à X la valeur $X + 1$			
Donner à S la valeur $S + f(X)$			
sortie	Afficher X		

- a. Faire fonctionner cet algorithme pour  $V=15$  en donnant tous les résultats intermédiaires à  $10^{-3}$  près. Pour cela, reproduire, compléter et prolonger autant que nécessaire le tableau suivant :

	init.	étape 1	étape 2	étape 3	.....
X	0	1			.....
S	0	3			.....
S < V	vrai				.....

- b. Quel est, par cet algorithme, le nombre affiché en sortie pour  $V = 15$  ?
- c. Que représente, dans le contexte de la partie B, la quantité affichée en sortie du traitement effectué pour  $V=15$  ?

**EXERCICE 3 (5 points)**

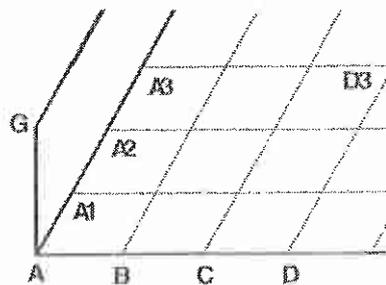
*Dans cet exercice, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même infructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

1. Justifier que  $7^2 \equiv -1 \pmod{5}$ . En déduire le reste de la division euclidienne de  $7^4$  par 5.
2. Dire si chacune des affirmations suivantes est vraie ou fausse. Justifier chaque réponse.  
 Affirmation 1 : pour tout entier naturel  $n$ ,  $7^{2n} - 1$  est divisible par 5.  
 Affirmation 2 : il existe un entier naturel  $n$ , tel que  $7^{2n} - 1$  est divisible par 5.
3. On rappelle que, si l'écriture en base sept d'un nombre  $N$  est par exemple  $\overline{abcde}$ , cela signifie que  $N = a \times 7^4 + b \times 7^3 + c \times 7^2 + d \times 7 + e$ .
  - a. Soit A le nombre entier dont l'écriture en base sept est  $\overline{10100}$ . Ce nombre est-il divisible par 5 ?
  - b. B est le nombre dont l'écriture en base sept est  $\overline{20\alpha 040502}$  ;  $\alpha$  désigne un chiffre. Comment choisir  $\alpha$  pour que B soit divisible par 5 ?

#### EXERCICE 4 (5 points)

On a représenté en perspective parallèle une partie d'une construction composée d'un carrelage horizontal, constitué de dalles carrées, bordé à gauche par un muret vertical. Le côté [AB] est situé dans un plan frontal.

L'objectif de cet exercice est d'étudier la représentation de ce carrelage suivant une règle primitive utilisée au début du XIV<sup>ème</sup> siècle puis d'en représenter une partie en perspective centrale.



Les parties A et B peuvent être traitées de façon indépendante.

##### Partie A

Au début du XIV<sup>ème</sup> siècle, plusieurs peintres italiens, pour rendre compte de la profondeur dans la représentation des carrelages à dalles carrées dont un côté est situé dans le plan frontal, utilisent le procédé suivant ainsi traduit en langage moderne :

- le point de fuite principal  $\Omega$  est positionné dans le tableau ;
- la longueur  $AA_1$ , longueur apparente du premier carreau, est fixée arbitrairement ;
- les longueurs apparentes des carreaux suivants sont calculées en considérant que ces longueurs successives sont les termes d'une suite géométrique de raison  $2/3$ .

Source : Didier Bessot et Jean-Pierre Le Goff, *Histoires de problèmes, Ellipses, France 1993*

On note  $l_0 = AA_1$ ,  $l_1 = A_1A_2$ ,  $l_2 = A_2A_3$ , ...,  $l_9 = A_9A_{10}$  les longueurs apparentes successives pour une représentation d'un dallage comportant 10 carreaux.

1. On représente le premier carreau de côté [AB], en prenant  $AB = 4\text{cm}$ , et  $AA_1 = l_0 = 3,6\text{cm}$ . Calculer la longueur apparente  $l_1$  du 2<sup>ème</sup> carreau ( $l_1 = A_1A_2$ ), puis la longueur apparente  $l_4$  du 5<sup>ème</sup> carreau. Arrondir les résultats, si nécessaire, au millimètre.
2. Calculer  $AA_{10}$  la longueur apparente totale du côté d'un carrelage qui comporterait 10 dalles en profondeur. Arrondir le résultat au millimètre.
3. Le dessin 1 de l'annexe est une représentation d'une partie de ce carrelage réalisé selon ce procédé. Mettre en évidence sur ce dessin une règle de la perspective centrale qui n'est pas respectée et commenter brièvement dans l'espace prévu avec le dessin 1 en annexe.

##### Partie B

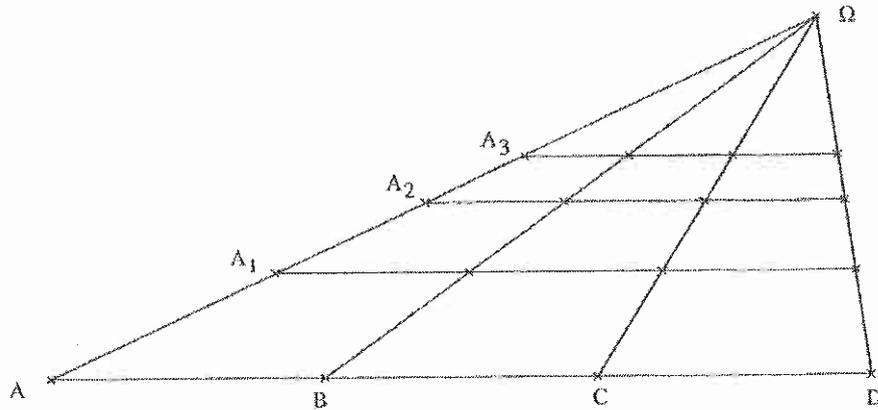
Sur l'annexe, dessin 2, sont tracées :

- la ligne d'horizon ;
- le segment [ab] représentant le côté [AB] du premier carreau et le segment [aa<sub>1</sub>] représentant le côté [AA<sub>1</sub>] ;
- le segment [ag] représentant l'extrémité [AG] du muret.

1. En laissant apparents les traits de construction, compléter la figure en représentant la même partie  $ADD_3A_3$  de 9 carreaux en perspective centrale.
2. Compléter la figure en arrêtant le muret à la verticale de  $A_3$  (à la fin de la troisième dalle).

FEUILLE ANNEXE à rendre avec la copie

Dessin 1



Commentaire : .....

.....

.....

Dessin 2

*ligne d'horizon*

---

