Correction Bac S – Liban – mai 2011

Exercice 1 (5 *points*) **Commun à tous les candidats**

Dans l'espace muni d'un repère orthonormal $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$, on donne les trois points :

A (1 ; 2 ; –1), B (–3 ; –2 ; 3) et C (0 ; –2 ; –3).

1) a) On a : $\overrightarrow{AB}$ (–3 – 1 ; –2 – 2 ; 3 – (–1)) soit, $\overrightarrow{AB}$ (–4 ; –4 ; 4)
Et, $\overrightarrow{AC}$ (0 – 1 ; –2 – 2 ; –3 – (–1)) soit, $\overrightarrow{AC}$ (–1 ; –4 ; –2)
Les triplets (–4 ; –4 ; 4) et (–1 ; –4 ; –2) ne sont pas proportionnels, donc, les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires et ainsi, les points A, B et C ne sont pas alignés.

b) Pour montrer que le vecteur $\vec{n}$ est normal au plan 'ABC), il faut montrer qu'il est orthogonal à deux vecteurs non colinéaires du plan.
D'après la question précédente, les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires.
De plus, $\vec{n}\cdot\overrightarrow{AB} = 2\times(-4) + (-4)\times(-1) + 4\times1 = 0$ et $\vec{n}\cdot\overrightarrow{AC} = 2\times(-1) + (-1)\times(-4) + 1\times(-2) = 0$.
Donc, le vecteur $\vec{n}$ est orthogonal aux vecteurs non colinéaires $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
Par conséquent, $\vec{n}$ (2 ; –1 ; 1) est un vecteur normal au plan (ABC).

2) Soit ($\mathscr{P}$) le plan dont une équation cartésienne est $x + y - z + 2 = 0$.
Les plans ($\mathscr{P}$) et (ABC) sont perpendiculaires si, et seulement si, leurs vecteurs normaux sont orthogonaux.
Or, $\vec{n}$ (2 ; –1 ; 1) est normal au plan (ABC) et $\vec{u}$ (1 ; 1 ; –1) est normal au plan ($\mathscr{P}$).
Comme $\vec{n}\cdot\vec{u} = 2\times1 + (-1)\times1 + 1\times(-1) = 2 - 1 - 1 = 0$, les vecteurs $\vec{n}$ et $\vec{u}$ sont orthogonaux.
Ainsi, les plans (ABC) et ($\mathscr{P}$) sont perpendiculaires.

3) On appelle G le barycentre des points pondérés (A, 1), (B, –1) et (C, 2).
a) Les coordonnées de G sont :

$$x_G = \frac{x_A - x_B + 2x_C}{1 - 1 + 2} = \frac{1 + 3 + 0}{2} = 2$$

$$y_G = \frac{y_A - y_B + 2y_C}{1 - 1 + 2} = \frac{2 + 2 - 4}{2} = 0$$

$$z_G = \frac{z_A - z_B + 2z_C}{1 - 1 + 2} = \frac{-1 - 3 - 6}{2} = -5$$

Donc, le point G a bien pour coordonnées (2 ; 0 ; –5).

b) Pour démontrer que la droite (CG) est orthogonale au plan ($\mathscr{P}$), il faut montrer qu'un vecteur directeur de (CG) est colinéaire à un vecteur normal à ($\mathscr{P}$).
La droite (CG) a pour vecteur directeur $\overrightarrow{CG}$ (2 ; 2 ; –2).
Le plan ($\mathscr{P}$) a pour vecteur normal $\vec{u}$ (1 ; 1 ; –1).
Comme $\overrightarrow{CG} = 2\,\vec{u}$ la droite (CG) est bien orthogonale au plan ($\mathscr{P}$).

c) La droite (CG) a pour vecteur directeur $\overrightarrow{CG}$ (2 ; 2 ; –2) et passe par le point C (0 ; –2 ; –3).
Donc, une représentation paramétrique de la droite (CG) est : $\begin{cases} x = 2t \\ y = 2t - 2 \\ z = -2t - 3 \end{cases}$ avec $t \in \mathbb{R}$.

d) Le point H appartient au plan ($\mathscr{P}$) et à la droite (CG) donc, ses coordonnées sont solutions des équations.

D'où, $2t + 2t - 2 - (-2t - 3) + 2 = 0 \Leftrightarrow 6t + 3 = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{2}$

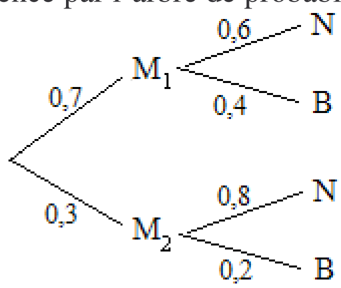
En remplaçant dans la représentation paramétrique de la droite, on obtient : H (–1 ; –3 ; –2).

4) Comme G barycentre de {(A, 1), (B, –1), (C, 2)}, on a : $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + 2\,\overrightarrow{MC} = (1 - 1 + 2)\,\overrightarrow{MG} = 2\,\overrightarrow{MG}$.
D'où, $\| \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + 2\,\overrightarrow{MC} \| = 12 \Leftrightarrow 2MG = 12 \Leftrightarrow MG = 6$.
Donc, l'ensemble (S) est une sphère de centre G et de rayon 6.

5) La droite (CG) est orthogonale au plan ($\mathscr{P}$) et le coupe en H, donc, $d(G,\mathscr{P}) = GH = 3\sqrt{3}$.
Comme, GH < 6, le plan ($\mathscr{P}$) coupe la sphère (S) selon un cercle de centre H.
Soit U un point de ce cercle. Alors le triangle GHU est rectangle en H et d'après le théorème de Pythagore, on a : $GU^2 = UH^2 + GH^2$ et ainsi, $6^2 = UH^2 + (3\sqrt{3})^2$ d'où, $UH^2 = 9$.
Par conséquent, le plan ($\mathscr{P}$) coupe la sphère (S) selon le cercle de centre H et de rayon 3.

Exercice 2 (*3 points*) **Commun à tous les candidats**

1) Un magasin de matériel informatique vend deux modèles d'ordinateur au même prix et de marques M_1 et M_2. Les deux ordinateurs ont les mêmes caractéristiques et sont proposés en deux couleurs : noir et blanc. D'après une étude sur les ventes de ces deux modèles, 70 % des acheteurs ont choisi l'ordinateur M_1 et, parmi eux, 60 % ont préféré la couleur noire. Par ailleurs, 20 % des clients ayant acheté un ordinateur M_2 l'ont choisi de couleur blanche. On utilise la liste des clients ayant acheté l'un ou l'autre des ordinateurs précédemment cités et on choisit un client au hasard.
On peut traduire cette expérience par l'arbre de probabilités suivant :



a) La probabilité qu'un client choisi au hasard ait acheté un ordinateur M_2 de couleur noire est :

Réponse A : $\frac{3}{5}$ Réponse B : $\frac{4}{5}$ Réponse C : $\frac{3}{50}$ Réponse D : $\frac{6}{25}$

En effet, $p(M_2 \cap N) = 0{,}3 \times 0{,}8 = 0{,}24 = \frac{6}{25}$

b) La probabilité qu'un client choisi au hasard ait acheté un ordinateur de couleur noire est :

Réponse A : $\frac{21}{50}$ Réponse B : $\frac{33}{50}$ Réponse C : $\frac{3}{5}$ Réponse D : $\frac{12}{25}$

En effet, d'après la loi des probabilités totales, $p(N) = p(M_1 \cap N) + p(M_2 \cap N)$
soit, $p(N) = 0{,}7 \times 0{,}6 + 0{,}24 = 0{,}66$

c) Le client a choisi un ordinateur de couleur noire. La probabilité qu'il soit de marque M_2 est :

Réponse A : $\frac{4}{11}$ Réponse B : $\frac{6}{25}$ Réponse C : $\frac{7}{11}$ Réponse D : $\frac{33}{50}$

En effet, $p_N(M_2) = \frac{p(M_2 \cap N)}{p(N)} = \frac{6}{25} \times \frac{50}{33} = \frac{4}{11}$

2) Une urne contient 4 boules jaunes, 2 boules rouges et 3 boules bleues.
Les boules sont indiscernables au toucher.
L'expérience consiste à tirer au hasard et simultanément 3 boules de l'urne.

a) La probabilité de choisir trois boules de même couleur est :

Réponse A : $\frac{11}{81}$ Réponse B : $\frac{2}{7}$ Réponse C : $\frac{5}{84}$ Réponse D : $\frac{4}{63}$

En effet, le nombre de tirages avec trois boules de même couleur est : $\binom{4}{3} + 1 = 5$

et le nombre de tirages possibles est : $\binom{9}{3} = 84$

b) La probabilité d'obtenir trois boules de trois couleurs différentes est :

Réponse A : $\frac{2}{7}$ Réponse B : $\frac{1}{7}$ Réponse C : $\frac{1}{21}$ Réponse D : $\frac{79}{84}$

En effet, le nombre de tirages avec trois boules de couleurs différentes est : $\binom{4}{1}\times\binom{2}{1}\times\binom{3}{1} = 24$

et, $\frac{24}{84} = \frac{2}{7}$

c) On répète plusieurs fois l'expérience, de manière indépendante, en remettant à chaque fois les trois boules dans l'urne.
Le nombre minimal d'expériences à réaliser pour que la probabilité de l'événement « obtenir au moins une fois trois boules jaunes » soit supérieure ou égale à 0,99 est :

Réponse A : 76 Réponse B : 71 Réponse C : 95 Réponse D : 94

En effet, le nombre de tirages avec trois boules jaunes est $\binom{4}{3} = 4$.

Donc, la probabilité d'obtenir trois boules jaunes est : $\frac{4}{84} = \frac{1}{21}$

L'expérience est une épreuve de Bernoulli où les succès est « obtenir trois boules jaunes » de probabilité $\frac{1}{21}$.

On répète cette épreuve n fois de façon indépendante, donc la variable aléatoire donnant le nombre de tirages avec trois boules jaunes suit une loi binomiale de paramètres n et $p = \frac{1}{21}$.

On cherche n tel que : $p(X \geqslant 1) \geqslant 0{,}99 \Leftrightarrow 1 - (\frac{20}{21})^n \geqslant 0{,}99 \Leftrightarrow (\frac{20}{21})^n \leqslant 0{,}01$

$$\Leftrightarrow n \ln(\frac{20}{21}) \leqslant 0{,}01 \Leftrightarrow n \geqslant \frac{0{,}01}{\ln(\frac{20}{21})} \text{ car } \ln(\frac{20}{21}) < 0.$$

Comme $\frac{0{,}01}{\ln(\frac{20}{21})} \approx 94{,}39$, c'est à partir de $n = 95$.

Exercice 3 (*5 points*) **Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité**

Partie A : Restitution organisée de connaissances
Prérequis : On suppose connu le résultat suivant :
Quels que soient les nombres complexes non nuls z et z', $\arg(z\times z') = \text{agr}(z) + \arg(z')$ à 2π près.

On a : $z = z'\times\frac{z}{z'}$ donc, $\arg(z) = \arg(z'\times\frac{z}{z'}) = \arg(z') + \arg(\frac{z}{z'})$ et donc, $\arg(\frac{z}{z'}) = \arg(z) - \arg(z')$

Autre méthode :
Comme $1 = z\times\frac{1}{z}$ alors, $\arg(1) = \arg(z) + \arg(\frac{1}{z})$ soit, $\arg(\frac{1}{z}) = 0 - \arg(z) = -\arg(z)$.
D'où, $\arg(\frac{z}{z'}) = \arg(z\times\frac{1}{z'}) = \arg(z) + \arg(\frac{1}{z'}) = \arg(z) - \arg(z')$.

Partie B
Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormal direct $(O;\ \vec{u},\ \vec{v})$, on considère les points A et B d'affixes respectives : $z_A = 1 - i$ et $z_B = 2 + \sqrt{3} + i$.

1) $|z_A| = \sqrt{1^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$ et $\arg(z_A) = \theta$ avec $\cos(\theta) = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ et $\sin(\theta) = -\frac{1}{\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

Donc, $\arg(z_A) = -\frac{\pi}{4}$ à 2π près.

2) a) $\frac{z_B}{z_A} = \frac{2+\sqrt{3}+i}{1-i} = \frac{(2+\sqrt{3}+i)(1+i)}{(1-i)(1+i)} = \frac{1+\sqrt{3}+(3+\sqrt{3})i}{2}$

b) On remarque que : $3 + \sqrt{3} = \sqrt{3}(\sqrt{3} + 1)$
Donc, $\frac{1+\sqrt{3}+(3+\sqrt{3})i}{2} = \frac{1+\sqrt{3}+\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)i}{2} = (1+\sqrt{3})\times(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i)$
Or, $e^{i\frac{\pi}{3}} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ d'où, $\frac{z_B}{z_A} = (1+\sqrt{3})\,e^{i\frac{\pi}{3}}$.

c) De la question précédente, on déduit que : $z_B = (1+\sqrt{3})e^{i\frac{\pi}{3}}\times z_A$.
De la question 2a, on déduit que : $z_A = \sqrt{2}\ e^{-i\frac{\pi}{4}}$.
Donc, $z_B = (1+\sqrt{3})e^{i\frac{\pi}{3}}\times\sqrt{2}\ e^{-i\frac{\pi}{4}} = \sqrt{2}(1+\sqrt{3})\ e^{i\frac{\pi}{12}}$ car $\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{12}$

3) On note B_1 l'image du point B par la rotation r de centre O et d'angle $-\frac{\pi}{6}$.

a) On a : $z_{B_1} = e^{-i\frac{\pi}{6}}z_B = (\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i)(2+\sqrt{3}+i) = \sqrt{3} + 2 - i$.
b) De la question précédente, on déduit que : $z_{B_1} = \overline{z_B}$.
Donc, le point B_1 est le symétrique du point B par rapport à l'axe des abscisses $(O;\ \vec{u})$.

4) Soit M un point du plan. On note M_1 l'image du point M par la rotation r et M' le symétrique du point M_1 par rapport à l'axe $(O;\ \vec{u})$. On désigne par (E) l'ensemble des points M du plan tels que M' = M.
a) De la question 3b, on déduit que $B \in (E)$.
Par la rotation r, O a pour image lui-même car c'est le centre de rotation.
Par la symétrie axiale d'axe $(O;\ \vec{u})$, O a pour image lui-même car tous les points de l'axe de

symétrie sont invariants.
Ainsi, O $\in$ (E).

b) Soit M un point distinct du point O. Son affixe z est égale à $\rho e^{i\theta}$ où $\rho > 0$ et θ un nombre réel.
Le point M' est le symétrique de M_1 par rapport à l'axe des abscisses donc, $z' = \overline{z_1}$.
Or, M_1 est l'image de M par la rotation r, donc, $z_1 = e^{-i\frac{\pi}{6}} z = e^{-i\frac{\pi}{6}} \times \rho e^{i\theta} = \rho e^{i\theta} e^{-i\frac{\pi}{6}}$
Par suite, $z' = \rho e^{-i\theta} e^{i\frac{\pi}{6}} = \rho\, e^{i\left(\frac{\pi}{6}-\theta\right)}$.

$$M \in (E) \Leftrightarrow \rho e^{i\theta} = \rho\, e^{i\left(\frac{\pi}{6}-\theta\right)} \Leftrightarrow e^{i\theta} = e^{i\left(\frac{\pi}{6}-\theta\right)} \Leftrightarrow \theta = \frac{\pi}{6} - \theta \quad [2\pi] \Leftrightarrow \theta = \frac{\pi}{12} \quad [\pi]$$

c) De la question précédente, on déduit que (E) est la droite contenant tous les points d'argument $\frac{\pi}{12}$ privée de l'origine O.
Or, on a vu dans la question 4a, que le point O appartient à l'ensemble (E), ainsi que le point B.
Donc, l'ensemble (E) est la droite (OB).

Exercice 4 (*7 points*) **Commun à tous les candidats**
Soit f la fonction définie sur $[0\,;+\infty[$ par $f(x) = x + e^{-x}$.

Partie A

1) La fonction f est dérivable sur $[0\,;+\infty[$ et pour tout réel $x \in [0\,;+\infty[$, $f'(x) = 1 - e^{-x}$.
On a : $1 - e^{-x} \geqslant 0 \Leftrightarrow e^{-x} \leqslant 1 \Leftrightarrow -x \leqslant 0 \Leftrightarrow x \geqslant 0$.
Donc, pour tout réel x de $[0\,;+\infty[$, $f'(x) \geqslant 0$ et la fonction f est croissante sur $[0\,;+\infty[$.

2) $\lim\limits_{x\to+\infty} e^{-x} = \lim\limits_{x\to-\infty} e^{x} = 0$ donc, par somme, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.

3) On a : $\lim\limits_{x\to+\infty} (f(x) - x) = \lim\limits_{x\to+\infty} e^{-x} = 0$ donc, la droite d'équation $y = x$ est asymptote à (C) en $+\infty$.

Partie B
On considère la suite $(u_n)_{n\geqslant 1}$ à termes positifs définie par : $u_1 = 0$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $u_{n+1} = f(u_n) = u_n + e^{-u_n}$.

1) Soit la fonction g définie sur $[0\,;+\infty[$ par $g(x) = x - \ln(1 + x)$.
La fonction g est dérivable sur $[0\,;+\infty[$ et pour tout $x \in [0\,;+\infty[$, $g'(x) = 1 - \frac{1}{1+x} = \frac{x}{1+x}$
Donc, pour tout $x \in [0\,;+\infty[$, $g'(x) \geqslant 0$ (quotient de deux nombres positifs)
Ainsi, la fonction g est croissante sur $[0\,;+\infty[$ et son minimum est $g(0) = 0$.
Donc, pour tout $x \in [0\,;+\infty[$, $g(x) \geqslant 0$ c'est-à-dire, $x - \ln(1 + x) \geqslant 0$.
Par suite, pour tout réel x positif, $\ln(1 + x) \leqslant x$.

2) En posant $x = \frac{1}{n}$ l'inégalité précédente devient : $\ln(1 + \frac{1}{n}) \leqslant \frac{1}{n} \Leftrightarrow \ln(\frac{1+n}{n}) \leqslant \frac{1}{n}$
$\Leftrightarrow \ln(1 + n) - \ln(n) \leqslant \frac{1}{n}$
Donc, pour tout entier naturel n non nul, $\ln(n + 1) \leqslant \ln(n) + \frac{1}{n}$.

3) Pour tout entier naturel n non nul, $f(\ln(n)) = \ln(n) + e^{-\ln(n)} = \ln(n) + \frac{1}{e^{\ln(n)}} = \ln(n) + \frac{1}{n}$.

4) Notons P(n) la propriété « $\ln(n) \leqslant u_n$ ».

Initialisation : $\ln(1) = 0$ et $u_1 = 0$ donc, P(1) est vraie.

Hérédité : supposons que pour un entier p, P(p) est vraie c'est-à-dire que $\ln(p) \leqslant u_p$.

Comme la fonction f est croissante, on en déduit que : $f(\ln(p)) \leqslant f(u_p)$

Donc, en utilisant le résultat de la question 3, on a : $\ln(p) + \dfrac{1}{p} \leqslant f(u_p)$

Or, d'après la question 2, $\ln(p + 1) \leqslant \ln(p) + \dfrac{1}{p}$

Donc, $\ln(p + 1) \leqslant f(u_p)$ soit, $\ln(p + 1) \leqslant u_{p+1}$ et donc, P(p + 1) est vraie.

Conclusion : la propriété est vraie au rang 1 et est héréditaire, elle est donc vraie pour tout entier non nul C'est-à-dire que, pour tout entier naturel n non nul, $\ln(n) \leqslant u_n$.

5) $\lim\limits_{n \to +\infty} \ln(n) = +\infty$ donc, par comparaison, $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = +\infty$. Donc, la suite $(u_n)_{n \geqslant 1}$ est divergente vers $+\infty$.

Dans la suite de l'exercice, on admet que, pour tout entier n supérieur ou égal à 2, $u_n \leqslant 1 + \dfrac{1}{2} + \ldots + \dfrac{1}{n-1}$.

6) a) Soit un entier $k \geqslant 2$.

Pour tout réel $x \in [k-1 ; k]$, $\dfrac{1}{k-1} \geqslant \dfrac{1}{x} \geqslant \dfrac{1}{k}$ donc, $\displaystyle\int_{k-1}^{k} \frac{1}{k-1}\,\mathrm{d}x \geqslant \int_{k-1}^{k} \frac{1}{x}\,\mathrm{d}x \geqslant \int_{k-1}^{k} \frac{1}{k}\,\mathrm{d}x$

$$\frac{1}{k-1} \geqslant \int_{k-1}^{k} \frac{1}{x}\,\mathrm{d}x \geqslant \frac{1}{k}$$

Ainsi, pour tout entier $k \geqslant 2$, on a : $\displaystyle\frac{1}{k} \leqslant \int_{k-1}^{k} \frac{1}{x}\,\mathrm{d}x$.

b) Pour tout entier $n \geqslant 2$, $u_n \leqslant 1 + \dfrac{1}{2} + \ldots + \dfrac{1}{n-1}$.

D'après la question précédente, on a : $\displaystyle\frac{1}{2} \leqslant \int_{1}^{2} \frac{1}{x}\,\mathrm{d}x$; $\displaystyle\frac{1}{3} \leqslant \int_{2}^{3} \frac{1}{x}\,\mathrm{d}x$; … ; $\displaystyle\frac{1}{n-1} \leqslant \int_{n-2}^{n-1} \frac{1}{x}\,\mathrm{d}x$.

Donc, pour tout entier $n \geqslant 2$, $\displaystyle u_n \leqslant 1 + \int_{1}^{2} \frac{1}{x}\,\mathrm{d}x + \int_{2}^{3} \frac{1}{x}\,\mathrm{d}x + \ldots + \int_{n-2}^{n-1} \frac{1}{x}\,\mathrm{d}x$

$$u_n \leqslant 1 + \int_{1}^{n-1} \frac{1}{x}\,\mathrm{d}x$$

Or, $\displaystyle\int_{1}^{n-1} \frac{1}{x}\,\mathrm{d}x = \Big[\ln(x)\Big]_{1}^{n-1} = \ln(n-1) - \ln(1) = \ln(n-1)$

Ainsi, pour tout entier $n \geqslant 2$, on a : $u_n \leqslant 1 + \ln(n-1)$.

7) Pour tout entier n supérieur ou égal à 2, on a montré que $\ln(n) \leqslant u_n \leqslant 1 + \ln(n-1)$.

Pour tout entier $n \geqslant 2$, $\ln(n) > 0$ donc, en divisant par $\ln(n)$ on obtient : $1 \leqslant \dfrac{u_n}{\ln(n)} \leqslant \dfrac{1 + \ln(n-1)}{\ln(n)}$

On a : $\dfrac{1 + \ln(n-1)}{\ln(n)} = \dfrac{1 + \ln(n \times (1 - \frac{1}{n}))}{\ln(n)} = \dfrac{1 + \ln(n) + \ln(1 - \frac{1}{n})}{\ln(n)} = \dfrac{1}{\ln(n)} + 1 + \dfrac{\ln(1 - \frac{1}{n})}{\ln(n)}$

$\lim\limits_{n \to +\infty} \ln(n) = +\infty$ donc, $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{1}{\ln(n)} + 0$ et comme $\lim\limits_{n \to +\infty} \ln(1 - \dfrac{1}{n}) = 0$, on a : $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{\ln(1 - \frac{1}{n})}{\ln(n)} = 0$

Donc, par somme, $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1}{\ln(n)} + 1 + \frac{\ln(1-\frac{1}{n})}{\ln(n)} = 1$

Donc, d'après le théorème des gendarmes, $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{u_n}{\ln(n)} = 1$ et ainsi, la suite $\left(\frac{u_n}{\ln(n)}\right)_{n\geqslant 2}$ converge vers 1.