CORRIGE

Ces éléments de correction n'ont qu'une valeur indicative. Ils ne peuvent en aucun cas engager la responsabilité des autorités académiques, chaque jury est souverain.

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

Session 2011

MATHÉMATIQUES

Série S

Enseignement obligatoire

CORRIGÉ

N.B. : Il est rappelé que ce document est à l'usage exclusif des jurys. Les règles de confidentialité habituelles concernant les travaux des jurys, des commissions d'entente et des permanences téléphoniques s'appliquent à son contenu.

Le barème détaillé n'a qu'une valeur indicative.

EXERCICE 1 (10 points)
Commun à tous les candidats

	Corrigé	Commentaires	Barème
I.1.	$\lim\limits_{x\to 0} f_2(x) = +\infty$		0,5
I.2.	$\lim\limits_{x\to +\infty} f_2(x) = 0$		0,5
I.3.	On ne peut pas conclure		0,5
I.4.	$\begin{array}{c\|ccccc} x & 0 & & 1 & & +\infty \\ \hline f_2(x)-f_1(x) & \| & + & 0 & - & \end{array}$		0,5
II.1.	$\lim\limits_{x\to 0} f(x) = -\infty \qquad \lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = +\infty$		0,5
II.2.	$f'(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$ strictement positif, donc f croissante sur $]0\,;\,+\infty[$		0,5
II.3.	$f(1) = 0$ donc $f(x) < 0$ sur $]0\,;\,1[$ et $f(x) > 0$ sur $]1\,;\,+\infty[$		1
II.4.	$F'(x) = f(x)$		0,5
II.5.	La dérivée de F est strictement positive sur $]1\,;\,+\infty[$ donc F strictement croissante		0,5
II.6.	Sur $[1\,;\,+\infty[$ F continue strictement croissante, $F(1) = 0$, $\lim\limits_{x\to +\infty} F(x) = +\infty$, $1 - \frac{1}{\mathrm{e}} > 0$ donc l'équation $F(x) = 1 - \frac{1}{\mathrm{e}}$ admet une unique solution dans l'intervalle $[1\,;\,+\infty[$		1
II.7.	$F(1,9) \approx 0,57$, $F(2) \approx 0,69$, $1 - \frac{1}{\mathrm{e}} \approx 0,63$ donc $1,9 < \alpha < 2$		0,5
III.1.	$h(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{\mathrm{e}}$ donc $A(\frac{1}{\mathrm{e}}\,;\,0)$		0,5
III.2.	$g(x) = h(x) \Leftrightarrow f(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$ donc $P(1\,;\,1)$		0,5
III.3.a	Sur $\left[\frac{1}{\mathrm{e}}\,;\,1\right]$, g et h sont dérivables (continues), $g(x) \geqslant h(x)$ donc $\mathscr{A} = \int_{\frac{1}{\mathrm{e}}}^{1} g(x) - h(x)\,\mathrm{d}x = \int_{\frac{1}{\mathrm{e}}}^{1} -f(x)\,\mathrm{d}x$		1
III.3.b	$\mathscr{A} = [-F(x)]_{\frac{1}{\mathrm{e}}}^{1} = 1 - \frac{1}{\mathrm{e}}$		0,5
III.4.a	Sur $[1\,;\,+\infty]$, $g(x) \leqslant h(x)$ $\mathscr{B} = \int_{1}^{t} f(x)\,\mathrm{d}x = F(t) - F(1) = t\ln t \ln t$		0,5
III.4.b	$\mathscr{A} = \mathscr{B}_t \Leftrightarrow F(t) = 1 - \frac{1}{\mathrm{e}} \Leftrightarrow t = \alpha$ Une seule solution d'après la question II.6. avec $\alpha \approx 1,9$		0,5

EXERCICE 2 (5 points)

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

	Corrigé	Commentaires	Barème
I.1.a	$\overrightarrow{AA'} \cdot \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{IA'} \cdot \overrightarrow{BD} = 0$ en utilisant des propriétés des triangles équilatéraux ABD et CBD. $\overrightarrow{AA'} \cdot \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{IA'} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$		1
I.1.b	(AA') orthogonale à deux droites sécantes de (BCD), donc orthogonale au plan (BCD)		0,75
I.2.	G barycentre de $(A,1),(B,1),(C,1)\,\text{et}\,(D,1)$ donc, par associativité du barycentre G est barycentre de $(A,1)$ et $(A',3)$. G appartient donc à la droite (AA'). On montre de la même manière que G se trouve sur les autres médianes.		1
II.1	$OP = \sqrt{14}$ et $OQ = \sqrt{21}$ donc $OPQR$ n'est pas régulier		0,5
II.2	$P'\left(\frac{2}{3};\frac{5}{3};-\frac{1}{3}\right)$		0,5
II.3	O, Q et R sont des points distincts 2 à 2 dont les coordonées vérifient l'équation $3x+2y+16z=0$, qui est donc bien une équation du plan OQR		0,5
II.4	$(\mathscr{P}_1)$ n'est pas vraie dans un tétraèdre quelconque : $OPQR$ est un contre-exemple car P' est l'isobarycentre de OQR et (PP') une médiane non orthogonale à (OQR)		0,75

EXERCICE 3 (5 points)
Commun à tous les candidats

	Corrigé	Commentaires	Barème
1.	$\begin{cases} p_5 = \frac{1}{2}p_3 \\ p_5 = \frac{1}{3}p_0 \\ p_0+p_3+p_5 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p_0 = \frac{1}{2} \\ p_3 = \frac{1}{3} \\ p_5 = \frac{1}{6} \end{cases}$		0,75
2.a	$p(G_2) = \frac{1}{6}\times\frac{1}{6}+\frac{1}{6}\times\frac{2}{6}+\frac{2}{6}\times\frac{1}{6}=\frac{5}{36}$		1
2.b	$p(P) = 1-p(G_2\cap G_3) = 1-p(G_2)-p(G_3)=\frac{2}{3}$ (G_2 et G_3 incompatibles)		0,75
3.	En notant Y la variable aléatoire qui compte le nombre de fois où on gagne : $p(Y\geqslant 1) = 1-p(Y=0) = 1-\left(\frac{2}{3}\right)^6 = \frac{665}{729}$		1
4.a	$\begin{array}{c\|c\|c\|c} x_i & -2 & 1 & 3 \\ \hline p(X=x_i) & \frac{24}{36} & \frac{7}{36} & \frac{5}{36} \end{array}$		1
4.b	$E(X) = -\frac{13}{18}$. Le jeu est défavorable au joueur.		0,5