CORRIGE

Ces éléments de correction n'ont qu'une valeur indicative. Ils ne peuvent en aucun cas engager la responsabilité des autorités académiques, chaque jury est souverain.

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

Session 2011

MATHÉMATIQUES

Série S

Enseignement de spécialité

CORRIGÉ

N.B. : Il est rappelé que ce document est à l'usage exclusif des jurys. Les règles de confidentialité habituelles concernant les travaux des jurys, des commissions d'entente et des permanences téléphoniques s'appliquent à son contenu.

Le barème détaillé n'a qu'une valeur indicative.

EXERCICE 1 (10 points)
Commun à tous les candidats

	Corrigé	Commentaires	Barème
I.1.	$\lim\limits_{x \to 0} f_2(x) = +\infty$		0,5
I.2.	$\lim\limits_{x \to +\infty} f_2(x) = 0$		0,5
I.3.	On ne peut pas conclure		0,5
I.4.	x : 0 1 $+\infty$ $f_2(x) - f_1(x)$: $\|\|$ + 0 −		0,5
II.1.	$\lim\limits_{x \to 0} f(x) = -\infty \qquad \lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$		0,5
II.2.	$f'(x) = \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{x^2}$ strictement positif, donc f croissante sur $]0\,;\,+\infty[$		0,5
II.3.	$f(1) = 0$ donc $f(x) < 0$ sur $]0\,;\,1[$ et $f(x) > 0$ sur $]1\,;\,+\infty[$		1
II.4.	$F'(x) = f(x)$		0,5
II.5.	La dérivée de F est strictement positive sur $]1\,;\,+\infty[$ donc F strictement croissante		0,5
II.6.	Sur $[1\,;\,+\infty[$ F continue strictement croissante, $F(1) = 0$, $\lim\limits_{x \to +\infty} F(x) = +\infty$, $1 - \dfrac{1}{\mathrm{e}} > 0$ donc l'équation $F(x) = 1 - \dfrac{1}{\mathrm{e}}$ admet une unique solution dans l'intervalle $[1\,;\,+\infty[$		1
II.7.	$F(1,9) \approx 0,57$, $F(2) \approx 0,69$, $1 - \dfrac{1}{\mathrm{e}} \approx 0,63$ donc $1,9 < \alpha < 2$		0,5
III.1.	$h(x) = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{1}{\mathrm{e}}$ donc $A(\dfrac{1}{\mathrm{e}}\,;\,0)$		0,5
III.2.	$g(x) = h(x) \Leftrightarrow f(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$ donc $P(1\,;\,1)$		0,5
III.3.a	Sur $\left[\dfrac{1}{\mathrm{e}}\,;\,1\right]$, g et h sont dérivables (continues), $g(x) \geqslant h(x)$ donc $\mathscr{A} = \displaystyle\int_{\frac{1}{\mathrm{e}}}^{1} g(x) - h(x)\,\mathrm{d}x = \int_{\frac{1}{\mathrm{e}}}^{1} -f(x)\,\mathrm{d}x$		1
III.3.b	$\mathscr{A} = [-F(x)]_{\frac{1}{\mathrm{e}}}^{1} = 1 - \dfrac{1}{\mathrm{e}}$		0,5
III.4.a	Sur $[1\,;\,+\infty]$, $g(x) \leqslant h(x)$ $\mathscr{B} = \displaystyle\int_{1}^{t} f(x)\,\mathrm{d}x = F(t) - F(1) = t \ln t \ln t$		0,5
III.4.b	$\mathscr{A} = \mathscr{B}_t \Leftrightarrow F(t) = 1 - \dfrac{1}{\mathrm{e}} \Leftrightarrow t = \alpha$ Une seule solution d'après la question II.6. avec $\alpha \approx 1,9$		0,5

EXERCICE 2 (5 points)

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

	Corrigé	Commentaires	Barème
A.1.	$\begin{cases} z = 0 \\ z = (x-y)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = 0 \\ x = y \end{cases}$ $\mathscr{E}_1$ est une droite comme intersection de 2 plans sécants. Elle est d'équation $x = y$ dans le plan $(O\,;\vec{i},\vec{j})$		0,75
A.2.	$\begin{cases} x = 1 \\ z = (x-y)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ z = (y-1)^2 \end{cases}$ $\mathscr{E}_2$ est une parabole. Elle est d'équation $z = (y-1)^2$ dans le plan $(A\,;\vec{j},\vec{k})$ avec $A(1;0;0)$		0,75
B.1.	$\begin{cases} z = 0 \\ z = xy \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = 0 \\ x = 0 \text{ ou } y = 0 \end{cases}$ $\mathscr{E}_3$ est la réunion des axes $(O\,;\vec{i})$ et $(O\,;\vec{j})$		0,5
B.2.	$\begin{cases} z = 1 \\ z = xy \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = 1 \\ xy = 1 \end{cases}$ $\mathscr{E}_4$ est, dans le plan $(B\,;\vec{i},\vec{j})$ avec $B(0;0;1)$, l'hyperbole d'équation $y = \dfrac{1}{x}$		0,5
C.1.	$\begin{cases} x = 0 \\ z = xy \\ z = (x-y)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ z = 0 \\ y = 0 \end{cases}$ Si $x = 0$, le point M est O.		0,5
C.2.a	$\begin{cases} z = xy \\ z = (x-y)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = xy \\ xy = x^2 - 2xy + y^2 \end{cases}$ Donc $x^2 - 3xy + y^2 = 0$ Si x et y, sont deux entiers non nuls, on pose $x = gx'$ et $y = gy'$ avec g=PGCD(x,y), x' et y' entiers naturels premiers entre eux $x^2 - 3xy + y^2 = 0 \Leftrightarrow x'^2 - 3x'y' + y'^2 = 0$ avec PGCD(x',y')=1		0,5
C.2.b	$x'^2 - 3x'y' + y'^2 = 0 \Leftrightarrow y'^2 = x'(x' - 3y')$. Donc x' divise y'^2. Comme x' et y' premiers entre eux, d'après le théorème de Gauss, x' divise y'		0,5
C.2.c	Comme x' divise y', le PGCD de x' et y' est égal à la valeur absolue de x', c'est à dire x' car x' entier naturel. Or ce PGCD vaut 1, donc $x' = 1$ et la relation $x'^2 - 3x'y' + y'^2 = 0$ devient $1 - 3y' + y'^2 = 0$		0,5
C.2.d	$1 - 3y' + y'^2 = 0$ n'a pas de solution entière $\left(\dfrac{3 \pm \sqrt{5}}{2}\right)$. Donc le seul point à coordonnées entières de $\mathscr{S} \cap \mathscr{S}'$ est O.		0,5

EXERCICE 3 (5 points)
Commun à tous les candidats

	Corrigé	Commentaires	Barème
1.	$\begin{cases} p_5 = \frac{1}{2}p_3 \\ p_5 = \frac{1}{3}p_0 \\ p_0+p_3+p_5 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p_0 = \frac{1}{2} \\ p_3 = \frac{1}{3} \\ p_5 = \frac{1}{6} \end{cases}$		0,75
2.a	$p(G_2) = \frac{1}{6}\times\frac{1}{6}+\frac{1}{6}\times\frac{2}{6}+\frac{2}{6}\times\frac{1}{6}=\frac{5}{36}$		1
2.b	$p(P) = 1 - p(G_2 \cap G_3) = 1 - p(G_2) - p(G_3) = \frac{2}{3}$ (G_2 et G_3 incompatibles)		0,75
3.	En notant Y la variable aléatoire qui compte le nombre de fois où on gagne : $p(Y \geqslant 1) = 1 - p(Y=0) = 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^6 = \frac{665}{729}$		1
4.a	$\begin{array}{c\|c\|c\|c} x_i & -2 & 1 & 3 \\ \hline p(X=x_i) & \frac{24}{36} & \frac{7}{36} & \frac{5}{36} \end{array}$		1
4.b	$E(X) = -\frac{13}{18}$. Le jeu est défavorable au joueur.		0,5