BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

SESSION 2012

MATHÉMATIQUES

Série : **ES**

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **3 heures.** – COEFFICIENT : **5**

Ce sujet comporte 7 pages numérotées de 1 à 7.

Ce sujet nécessite l'utilisation d'une feuille de papier millimétré.

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

Le candidat doit traiter tous les exercices.
Il est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée. Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Exercice 1 *(5 points)*

Commun à tous les candidats

On donne le prix moyen en euros d'un litre de gasoil en France, entre 1998 et 2007:

Année	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Rang x_i de l'année	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Prix moyen y_i du litre de gasoil (en euros)	0,77	0,81	0,73	0,79	0,8	0,85	0,99	1,06	1,1	1,11

Source : *Annuaire Statistique de la France*

1) Calculer le pourcentage d'évolution, arrondi à 1% près, du prix moyen d'un litre de gasoil en euros entre 1998 et 2007.

2) **a)** Représenter le nuage de points $M_i(x_i ; y_i)$, avec i compris entre 0 et 9, associé à cette série statistique, dans le plan rapporté à un repère orthogonal.
On choisira les unités graphiques suivantes :
1cm pour 1 année sur l'axe des abscisses
1 cm pour 10 centimes d'euro sur l'axe des ordonnées.

b) Calculer les coordonnées du point moyen G de cette série et le placer dans le repère précédent.

3) On modélise l'évolution du prix moyen d'un litre de gasoil en euros à l'aide d'un ajustement affine, obtenu par la méthode des moindres carrés.
Donner l'équation de la droite de régression de y en x ainsi obtenue, en arrondissant les coefficients au millième. Tracer cette droite dans le repère défini à la question **2)**.

4) Avec ce modèle, calculer l'estimation du prix moyen d'un litre de gasoil en euros en 2010. Arrondir le résultat au centime d'euro.

5) *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

En supposant que le modèle reste valable durablement, à partir de quelle année le prix moyen du litre de gasoil aura-t-il augmenté de 30% par rapport au prix moyen de l'année 2007 ?

Exercice 2 *(5 points)*

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité.

Un restaurant propose une formule « entrée + plat » pour laquelle chaque client choisit entre trois entrées (numérotées 1, 2 et 3) puis entre deux plats (numérotés 1 et 2).

Chaque client qui choisit cette formule prend une entrée et un plat.

On a constaté que :

30% des clients choisissent l'entrée n°1, 24% choisissent l'entrée n°2 et les autres clients choisissent l'entrée n°3.

Par ailleurs, le plat n°1 est choisi par : 72% des clients ayant opté pour l'entrée n°1, 58% des clients ayant opté pour l'entrée n°2, et 29% des clients ayant opté pour l'entrée n°3.

On choisit au hasard un client du restaurant ayant opté pour la formule « entrée + plat ».

On note E_1 l'événement : « Le client choisit l'entrée n°1 », E_2 l'événement : « Le client choisit l'entrée n°2 » et E_3 l'événement : « Le client choisit l'entrée n°3 ».

On note enfin P_1 l'événement : « Le client choisit le plat n°1 » et P_2 l'événement : « Le client choisit le plat n°2 ».

1) Traduire la situation étudiée à l'aide d'un arbre pondéré, en indiquant sur cet arbre les probabilités données dans l'énoncé.

2) Quelle est la probabilité que le client choisisse l'entrée n°3 et le plat n°1 (on donnera la valeur exacte de cette probabilité) ?

3) Montrer que la probabilité de l'événement P_1 est égale à 0,4886.

4) Quelle est la probabilité que le client ait choisi l'entrée n°1 sachant qu'il a pris le plat n°1 (on arrondira le résultat à 10^{-4} près) ?

5) On choisit trois clients au hasard parmi ceux ayant opté pour la formule ; on suppose le nombre de clients suffisamment grand pour assimiler ce choix à des tirages successifs avec remise. Dans cette question, on arrondira les résultats au millième.

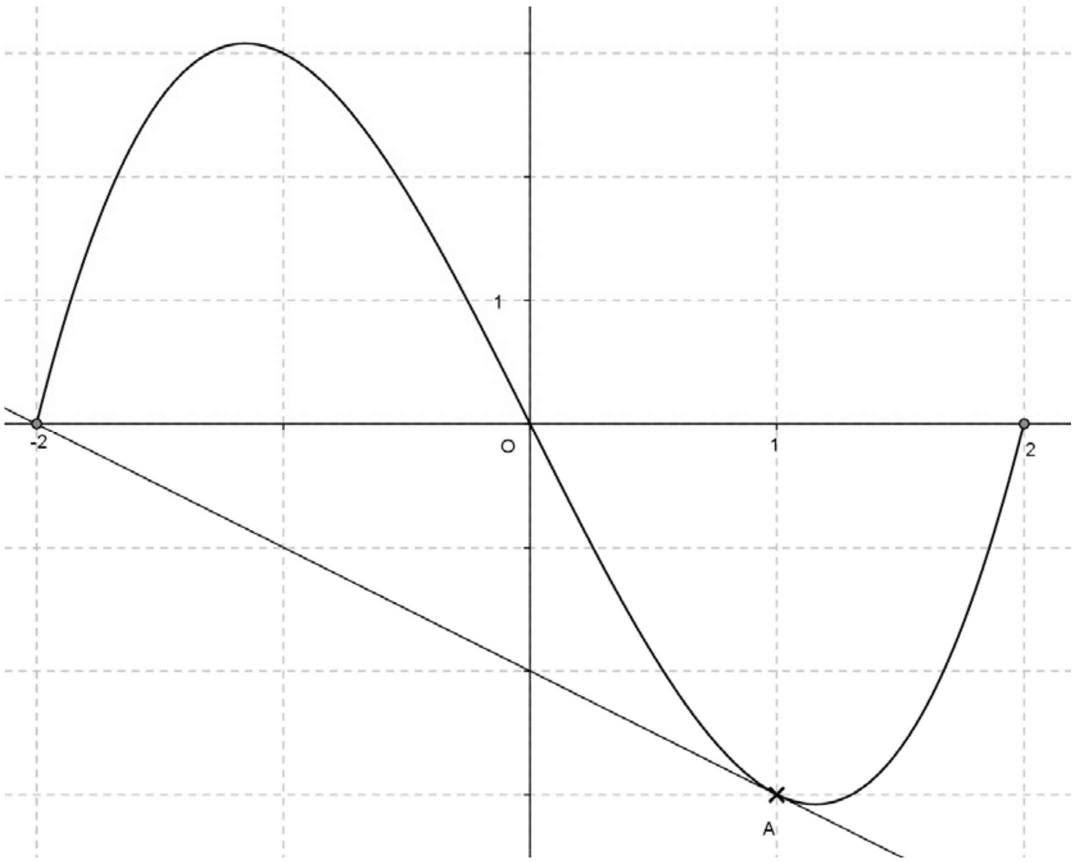
a) Déterminer la probabilité qu'exactement deux de ces clients aient pris le plat n°1.

b) Déterminer la probabilité qu'au moins un client ait pris le plat n°1.

Exercice 3 *(4 points)*

Commun à tous les candidats

On donne la courbe représentative d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-2;2]$, et sa tangente en son point A d'abscisse 1 ; cette tangente passe par le point de coordonnées $(0\,;-2)$. On note f' la fonction dérivée de f sur l'intervalle $[-2;2]$.



Pour chacune des questions suivantes, une seule réponse est exacte ; préciser laquelle sur la copie. Aucune justification n'est demandée. Une bonne réponse rapporte 1 point, une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.

1) Le nombre dérivé note $f'(1)$ est égal à :

a) 1 **b)** $-\dfrac{1}{3}$ **c)** -1 **d)** 3.

2) La fonction u telle que $u(x)=\ln[f(x)]$ est définie sur :

a) $[-2;0]$ **b)** $]-2;0[$ **c)** $]0;2[$ **d)** $[0;2]$.

3) On considère F une primitive de f sur l'intervalle $[-2;2]$.

La fonction F est décroissante sur :

a) $[-2;0]$ **b)** $[-2;2]$ **c)** $[0;2]$ **d)** $[-1;1]$.

4) Soit $I = \int_{-1}^{0} f(x)dx$. On a :

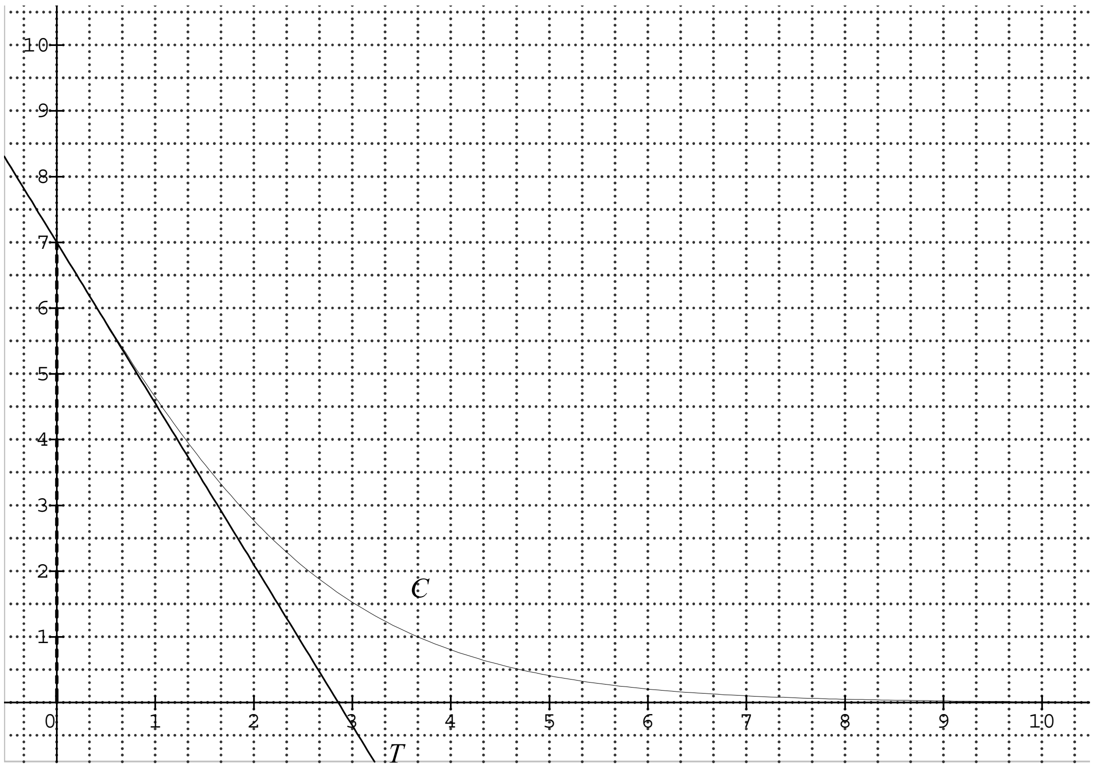
a) $I < 0$ **b)** $0 \leq I \leq 1$

c) $1 < I < 3$ **d)** $I \geq 3$

<u>Exercice 4 :</u> *(6 points)*

Commun à tous les candidats

On a représenté ci-dessous la courbe C d'une fonction g définie et dérivable sur $[0;+\infty[$ ainsi que la tangente T à cette courbe en son point de coordonnées (0 ; 7). On admet que l'axe des abscisses est asymptote horizontale à la courbe C au voisinage de $+\infty$. On désigne par g' la fonction dérivée de la fonction g.



Partie A

1) Préciser la valeur du réel $g(0)$.

2) On admet que la tangente T passe par le point de coordonnées $(4\,;-2,8)$. Justifier que la valeur exacte de $g'(0)$ est $-2,45$.

3) Préciser la valeur de la limite de la fonction g en $+\infty$.

4) On admet que la fonction g est définie sur l'intervalle $[0;+\infty[$ par :

$$g(x)=\frac{a}{e^{bx}+1}$$

où a et b sont des nombres réels.

a) Démontrer que pour tout réel x de $[0;+\infty[$, on a : $g'(x)=\dfrac{-abe^{bx}}{(e^{bx}+1)^2}$.

b) En utilisant les résultats des questions 1) et 2), déterminer les valeurs des réels a et b.

Partie B

On considère un objet manufacturé dont le prix unitaire est x, en centaines d'euros.

D'après une étude de marché, l'offre $f(x)$ et la demande $g(x)$ pour cet objet, en centaines d'unités, sont définies pour tout x positif ou nul par :

$$f(x)=e^{0,7x}-1 \text{ et } g(x)=\frac{14}{e^{0,7x}+1}.$$

1) Si le prix de vente unitaire de l'objet est 300 €, combien d'objets (à l'unité près) les consommateurs sont-ils prêts à acheter ?

2) Calculer le prix de vente unitaire de l'objet, arrondi à l'euro près, pour que la demande soit de 350 objets.

3) a) Déterminer l'unique solution de l'équation $f(x)=g(x)$, et donner une valeur approchée au centième de cette solution. On appelle « prix d'équilibre » le prix permettant l'égalité entre l'offre et la demande. Quel est le prix d'équilibre, arrondi à l'euro près ?

b) Au prix d'équilibre, quelle est la valeur commune de l'offre et de la demande, arrondie à l'unité près ? Quel est le chiffre d'affaire généré par les ventes au prix d'équilibre ?