

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

Session 2012

MATHÉMATIQUES

Série ES

Enseignement Obligatoire

Durée de l'épreuve : 3 heures

Coefficient : 5

Ce sujet comporte 8 pages numérotées de 1 à 8.

La feuille annexe de l'exercice 2 (page 8) est à rendre avec la copie.

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

Le sujet est composé de 4 exercices indépendants.

Le candidat doit traiter tous les exercices.

Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

EXERCICE 1 (4 points)

Commun à tous les candidats

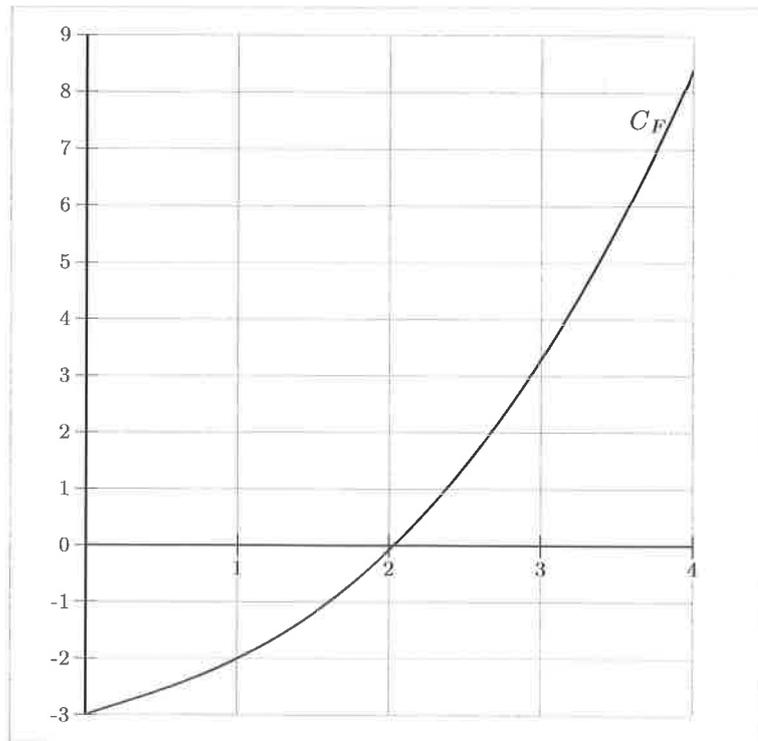
Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte.

Aucune justification n'est demandée.

Une bonne réponse rapporte 1 point. Une mauvaise réponse ou l'absence de réponse n'ajoute ni n'enlève aucun point.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse choisie correspondante.

- Le prix d'un article a augmenté de 20 % puis baissé de 20 %. Ce prix :
 - a baissé de 2 %
 - a augmenté de 4 %
 - n'a pas bougé
 - a baissé de 4 %
- La fonction dérivée de la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = x^2(\ln x + 3)$ est la fonction f' définie sur $]0; +\infty[$ par :
 - $f'(x) = 2x \ln x + 7$
 - $f'(x) = 2x \ln x + 5x$
 - $f'(x) = x(2 \ln x + 7)$
 - $f'(x) = 2x \times \frac{1}{x}$
- L'ensemble des solutions de l'inéquation $\ln x - 1 \leq 0$ est :
 - $] -\infty ; 1]$
 - $] -\infty ; e]$
 - $] 0 ; e]$
 - $] 0 ; +\infty[$
- On considère une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[0; +\infty[$.
La fonction F est une de ses primitives sur cet intervalle et la courbe représentative de la fonction F est tracée dans le repère ci-dessous :



L'intégrale $\int_2^3 f(x) dx$ est égale à :

- $\frac{\ln 3}{3}$
- $\ln 3$
- $-\ln 3$
- $3 \ln 3$

EXERCICE 2 (5 points)

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Le ministère de l'Écologie, du Développement durable, des Transports et du Logement précise les enjeux d'une recherche de la parité homme-femme (égalité de leur représentation) :

« Viser une amélioration de la parité homme-femme [...] peut être vu comme une manière d'aider la société à évoluer en mobilisant toutes les compétences ».

Le tableau suivant présente la part des femmes dans les emplois de cadre du secteur privé ou semi-public de 1998 à 2008, à l'exception de 2007 :

Année	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Part des femmes y_i en %	23,2	23,4	24,2	24,9	24,7	24,9	25,4	25,4	26		27,2

Sources : ministère de l'Intérieur – DGAFP – Insee - Juillet 2010

Ce même tableau est donné en annexe et est complété par les indices des parts des femmes dans les emplois de cadre du secteur privé ou semi-public, en prenant 1998 comme année de référence. On a aussi, en annexe, représenté le nuage de points $M_i(x_i ; y_i)$, avec $1 \leq i \leq 11$ associé à la série statistique.

On se propose d'étudier l'évolution de la part des femmes dans les emplois de cadre.

1. Calcul d'indices et de pourcentages :

- Vérifier que la part des femmes dans les emplois de cadre du secteur privé ou semi-public en 2007 est, arrondi au dixième, égale à 26,7 %.
- Calculer l'indice correspondant à l'année 2000. On précisera les calculs sur la copie.
- Calculer le pourcentage d'augmentation de la part des femmes entre 2005 et 2006. Si l'évolution amorcée entre 2005 et 2006 s'était poursuivie au même rythme, quelle aurait été la part des femmes, en pourcentage, dans les emplois de cadre du secteur privé ou semi-public en 2008 ?

2. Ajustement affine :

- À l'aide de la calculatrice, déterminer par la méthode des moindres carrés, une équation de la droite d'ajustement de y en x pour l'ensemble des onze points du nuage. Les coefficients seront arrondis au centième.
- Tracer cette droite sur le graphique donné en annexe, à rendre avec la copie.

3. **Modélisation** : On admet que cet ajustement affine permet de faire des prévisions au moins jusqu'en 2013.

- (a) Estimer la part des femmes, en pourcentage, dans les emplois de cadre du secteur privé ou semi-public en 2012.
- (b) Chloé affirme : « La parité femme-homme dans ce type d'emploi à responsabilité sera atteinte à partir de 2071 ».

Confirmer par un calcul l'affirmation de Chloé.

Son affirmation est-elle pertinente ?

EXERCICE 3 (5 points)

Commun à tous les candidats

L'opérateur téléphonique Boomtel propose à ses abonnés deux types d'accès internet à haut débit :

- un accès internet sur ligne fixe ;
- un accès 3G sur téléphone portable.

Aujourd'hui, l'entreprise fait les constats suivants sur les accès internet à haut débit de ses abonnés :

- 58 % des abonnés ont un accès internet sur ligne fixe. Parmi ceux-là, 24 % ont également un accès 3G sur téléphone portable ;
- parmi les abonnés qui n'ont pas d'accès internet sur ligne fixe, 13 % ont un accès 3G sur téléphone portable.

Rappels de notation : Soient A et B deux événements,

- *la probabilité de l'événement A est notée $p(A)$;*
- *si $p(B) \neq 0$, $p_B(A)$ désigne la probabilité de l'événement A sachant que l'événement B est réalisé ;*
- *l'événement contraire de l'événement A est noté \bar{A} .*

Pour une enquête satisfaction, la fiche d'un abonné est prélevée au hasard.

Dans cet exercice, on note :

- F l'évènement : « la fiche est celle d'un abonné qui a un accès internet sur ligne fixe » ;
- G l'évènement : « la fiche est celle d'un abonné qui a un accès 3G sur téléphone portable ».

1. En utilisant les données de l'énoncé, préciser les valeurs de $p(F)$, de $p_F(G)$ et de $p_{\bar{F}}(G)$.
2. Construire un arbre de probabilité traduisant la situation.
3. Calculer $p(F \cap \bar{G})$. Interpréter ce résultat.
4. (a) Vérifier que la probabilité que la fiche prélevée soit celle d'un abonné qui n'a pas d'accès 3G sur téléphone portable est de 0,8062.
(b) Peut-on affirmer qu'au moins 25 % des abonnés ont un accès 3G sur téléphone portable ?
5. On prélève successivement les fiches de trois abonnés. On admet que le nombre de fiches est suffisamment grand pour qu'on puisse assimiler le tirage à un tirage avec remise. Calculer la probabilité qu'exactement une des fiches tirées soit celle d'un abonné qui n'a pas d'accès 3G sur téléphone portable.

EXERCICE 4 (6 points)

Commun à tous les candidats

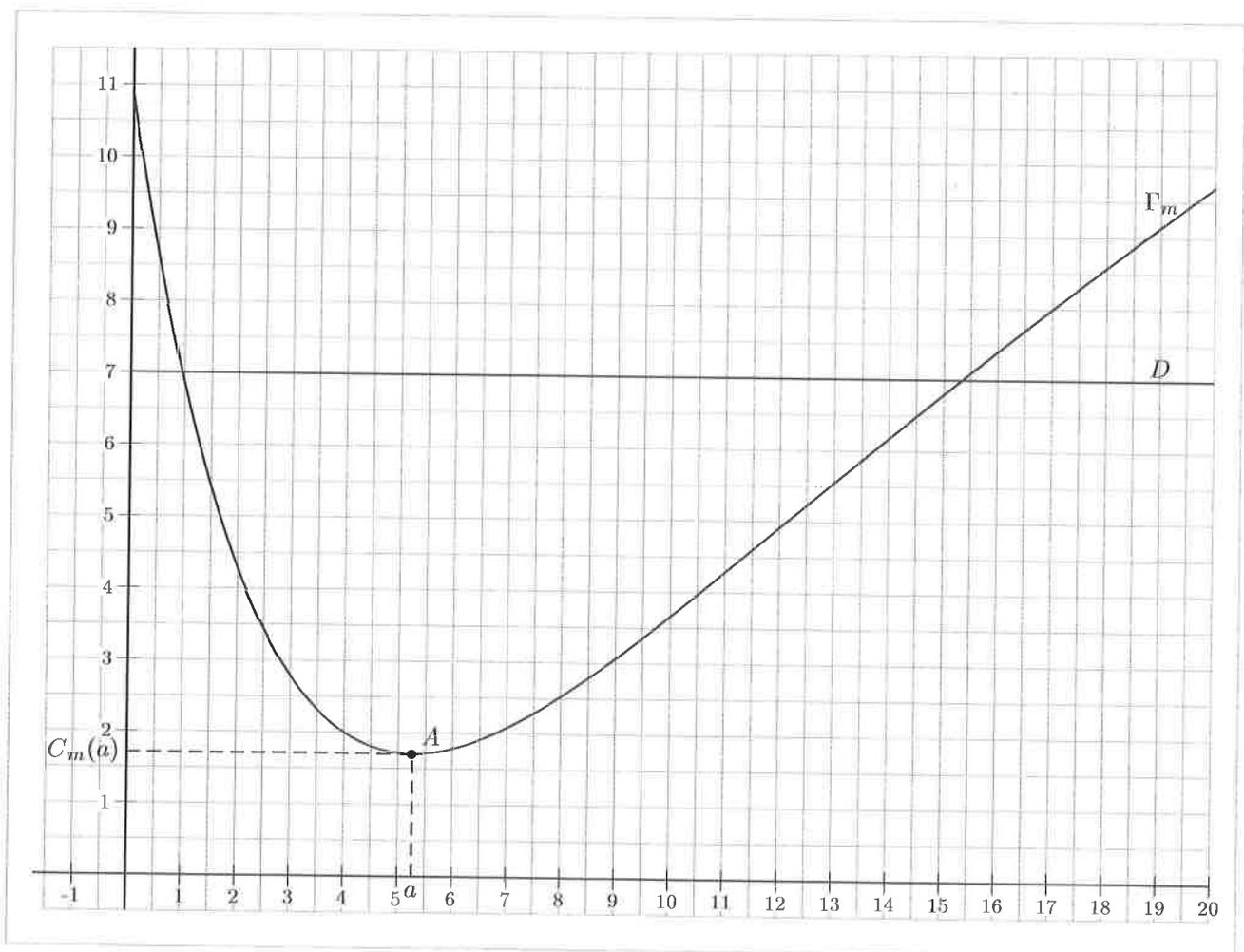
On s'intéresse à une entreprise de détergents industriels. Elle produit chaque jour une quantité q en tonnes comprise entre 0 et 20. On rappelle que :

- le coût marginal $C_m(q)$ est la variation du coût obtenue par la production et la vente d'une tonne supplémentaire de détergent sachant qu'on en a déjà vendu une quantité de q tonnes.
- le bénéfice marginal $B_m(q)$ est la différence entre le prix de vente unitaire et le coût marginal $C_m(q)$.

Partie A : Aspect graphique

Dans le repère suivant, on donne :

- la courbe représentative Γ_m de la fonction C_m correspondant au coût marginal en milliers d'euros ;
- la courbe représentative D de la fonction U correspondant au prix de vente unitaire en milliers d'euros ;
- le point $A(a, C_m(a))$, sommet de la courbe Γ_m .



Répondre aux questions suivantes sans justifier :

1. Déterminer graphiquement $C_m(4)$.
2. Déterminer graphiquement $B_m(4)$.
Donner une interprétation de ce résultat dans le contexte de l'entreprise.
3. Pour quelle(s) quantité(s), en tonnes, le bénéfice marginal est-il nul ?
(les valeurs seront données à la demi-tonne près).
4. En déduire un encadrement de la quantité à produire, en tonnes, pour obtenir un bénéfice marginal positif.

Partie B : Aspect algébrique

Dans cette partie, le coût marginal est donné par $C_m(q) = 0,5q + (4 - q)e^{(1-0,25q)}$ pour q appartenant à l'intervalle $[0 ; 20]$ et le prix de vente unitaire est donné par $U(q) = 7$ pour q appartenant à l'intervalle $[0 ; 20]$. On admet que la fonction C_m est dérivable sur l'intervalle $[0 ; 20]$.

Le tableau de variation de la fonction C_m est donné ci-dessous. On admet que le nombre réel a est compris entre 5 et 6.

q	0	a	20
$C'_m(q)$	-	0	+
$C_m(q)$	$C_m(0)$	$C_m(a)$	$C_m(20)$

1. (a) Justifier que l'équation $C_m(q) = 7$ admet une unique solution q_0 dans l'intervalle $[10 ; 20]$.
(b) À l'aide de votre calculatrice, donner un arrondi de q_0 au dixième.
(c) Donner, en justifiant, la valeur de $B_m(q_0)$.

Ce résultat est-il cohérent avec la question 3 de la partie A ?

2. Vérifier que la fonction C , définie sur l'intervalle $[0 ; 20]$ par :

$$C(q) = 10 + 0,25q^2 + 4qe^{(1-0,25q)},$$

est une primitive de la fonction C_m . Cette fonction C est la fonction coût total.

3. Déterminer le bénéfice total obtenu pour la fabrication et la vente de 15,3 tonnes de détergent.

Annexe de l'exercice 2 à rendre avec la copie.

Tableau :

Ce tableau présente la part des femmes dans les emplois de cadre du secteur privé ou semi-public ainsi que les indices de ces parts en prenant 1998 comme année de référence.

Année	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
Rang x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Part y_i en %	23,2	23,4	24,2	24,9	24,7	24,9	25,4	25,4	26		27,2
Indice des parts arrondi à l'unité	100	101		107	106	107	109	109	112	115	117

Sources : ministère de l'Intérieur – DGAFP – Insee - Juillet 2010

Nuage de points :

