BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

SESSION 2012

MATHÉMATIQUES - Série ES

ENSEIGNEMENT OBLIGATOIRE

Durée de l'épreuve : 3 heures - Coefficient : 5

L'usage d'une calculatrice est autorisé.

Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.
Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Le candidat s'assurera que le sujet est complet, qu'il correspond bien à sa série et à son choix d'enseignement (obligatoire ou spécialité).

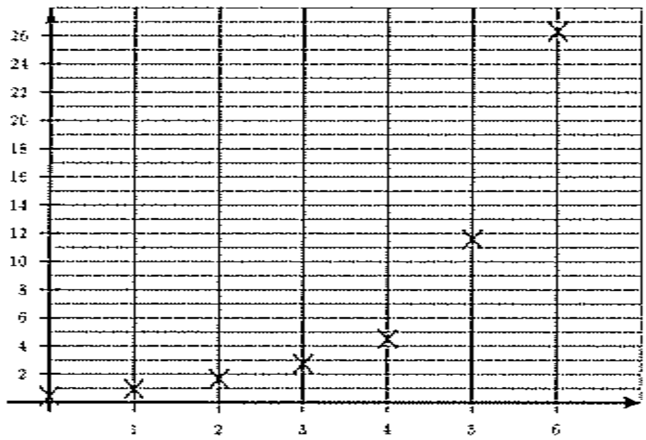
Le sujet comporte 5 pages, y compris celle-ci.

Exercice 1 (5 points) - commun à tous les candidats

Un article paru en 2008 dans le journal *Les Échos* indiquait les coûts (en milliards d'euros) des derniers Jeux Olympiques depuis 1984. Ces données sont résumées dans le tableau suivant :

Lieu	Los Angeles	Séoul	Barcelone	Atlanta	Sydney	Athènes	Pékin
Année	1984	1988	1992	1996	2000	2004	2008
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5	6
Coût y_i	0,45	0,96	1,67	2,75	4,5	11,6	26,3

1) On a tracé ci-dessous le nuage de points associé à la série statistique $(x_i; y_i)$ dans le plan muni d'un repère orthogonal. Expliquer pourquoi un ajustement affine ne semble pas justifié.



2) Une première modélisation : ajustement exponentiel.
Pour $0 \leqslant i \leqslant 6$, on pose $z_i = \ln y_i$.

a) Recopier le tableau ci-dessous et le compléter avec les valeurs z_i, arrondies au centième.

Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5	6
$z_i = \ln y_i$							

b) À l'aide de la calculatrice, et en utilisant les données du tableau ci-dessus, donner une équation de la droite d'ajustement de z en x par la méthode des moindres carrés, sous la forme $z = ax + b$ (les coefficients seront arrondis au millième).

c) En déduire une approximation des coûts y, en milliards, sous la forme $y = A\mathrm{e}^{Bx}$ où les coefficients A et B seront arrondis au centième.

d) On suppose que cette modélisation reste acceptable jusqu'en 2012. Quelle estimation des coûts peut-on alors faire pour les Jeux Olympiques de Londres de 2012 (le résultat sera arrondi au milliard) ?

3) Une deuxième modélisation :

a) Trouver le pourcentage d'augmentation des coûts entre 1984 et 1988.

b) Justifier qu'entre 1984 et 2008 le pourcentage moyen d'augmentation par olympiade (période de 4 ans), arrondi à l'unité, est de 97%.

c) Si cette évolution des coûts continue suivant la même progression, donner une estimation des coûts pour les Jeux Olympiques de Londres en 2012 (le résultat sera arrondi au milliard).

4) Un journal anglais a déclaré que les coûts des Jeux Olympiques de Londres approcheraient les 45 milliards d'euros. Laquelle des deux modélisations semble la plus cohérente avec cette affirmation ?

Exercice 2 **(5 points) - pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité**

Une enquête a été réalisée auprès de français s'étant rendus à Londres pour des raisons touristiques.
Cette enquête révèle que, pour se rendre dans la capitale anglaise, 30 % de ces touristes ont utilisé l'avion, 50 % ont utilisé le train passant par le tunnel sous la Manche et les autres touristes ont traversé la Manche par bateau.
Sur l'ensemble de tous les touristes interrogés, 40 % sont restés en Angleterre plus d'une semaine.
Parmi les touristes interrogés ayant utilisé l'avion, 20 % sont restés en Angleterre plus d'une semaine et parmi ceux qui ont choisi le train, 60 % sont restés en Angleterre plus d'une semaine.
On interroge au hasard un touriste ayant répondu à l'enquête. On suppose que chaque touriste avait la même probabilité d'être choisi.
On note :

- A l'évènement « Le touriste interrogé a voyagé en avion ».
- T l'évènement « Le touriste interrogé a voyagé en train ».
- B l'évènement « Le touriste interrogé a voyagé en bateau ».
- S l'évènement « Le touriste interrogé est resté en Angleterre plus d'une semaine ».

1) Déterminer la probabilité que le touriste interrogé ait voyagé en bateau pour se rendre en Angleterre.

2) **a)** Exprimer à l'aide d'une phrase l'évènement $A \cap S$.

b) Déterminer les probabilités $P(A \cap S)$ et $P(T \cap S)$. (On pourra utiliser un arbre pondéré).

3) Montrer que $P(B \cap S) = 0{,}04$.

4) Déterminer la probabilité que le touriste interrogé ait voyagé en bateau sachant qu'il est resté plus d'une semaine en Angleterre.

5) On interroge au hasard 3 touristes ayant répondu à l'enquête de façon indépendante. On suppose que le nombre de personnes ayant répondu à l'enquête est suffisamment grand pour assimiler l'interrogation au hasard à un tirage avec remise.
Déterminer la probabilité que parmi ces trois touristes se trouve un seul touriste étant resté en Angleterre plus d'une semaine.

Exercice 3 (6 points) - commun à tous les candidats

Partie A

On considère la fonction f définie sur $[3\,;+\infty[$ par $f(x)=\dfrac{x}{x+5\ln x}$.

1) On rappelle que $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x}{x}=0$. Montrer que la limite de la fonction f en $+\infty$ est égale à 1.

2) On désigne par f' la fonction dérivée de la fonction f.
Montrer que pour tout x de l'intervalle $[3\,;+\infty[$ on a $f'(x)=\dfrac{5(\ln x-1)}{(x+5\ln x)^2}$.

3) Déterminer le sens de variation de la fonction f sur $[3\,;+\infty[$ et dresser le tableau de variations de la fonction f sur cet intervalle.

4) Montrer que sur l'intervalle $[3\,;50]$ l'équation $f(x)=0{,}5$ possède une unique solution α puis, à l'aide de la calculatrice, donner une valeur approchée à l'entier supérieur par excès de α.

Partie B

L'organisation chargée de vendre les billets pour assister aux différentes épreuves d'un grand événement sportif a mis en vente ces billets environ deux ans avant le début officiel des épreuves.
Une étude, portant sur la progression des ventes de ces billets, à partir du troisième jour de mise en vente, a permis de modéliser l'évolution des ventes des billets selon la fonction f étudiée dans la partie A.
La proportion des ventes effectuées par rapport à l'ensemble des billets, x jours après le début de la mise en vente, est donnée par la valeur $f(x)$, arrondie au millième, pour tout x entier de l'intervalle $[3\,;700]$.
Ainsi la valeur approchée de $f(3)$, arrondie au millième, est 0,353 ; cela signifie que trois jours après le début de la mise en vente des billets, 35,3 % des billets étaient déjà vendus.

1) En utilisant la partie A, déterminer le nombre de jours nécessaires à la vente de 50 % de l'ensemble des billets.

2) On considère l'algorithme suivant (la fonction f est celle qui est définie dans la partie A).

Initialisation :	Affecter à X la valeur 3. Affecter à Y la valeur $f(X)$.
Saisie :	Afficher "Entrer un nombre P compris entre 0 et 1". Lire P.
Traitement :	Tant que $Y<P$ - Affecter à X la valeur $X+1$. - Affecter à Y la valeur $f(X)$. Fin du Tant que
Sortie :	Afficher X.

a) Si l'utilisateur de cet algorithme choisit 0,9 comme valeur de P, la valeur de sortie de l'algorithme est 249. Que signifie ce résultat pour les organisateurs ?

b) Si l'utilisateur de cet algorithme choisit 0,5 comme valeur de P, quelle valeur de X apparaitra à la sortie de l'algorithme ?

Exercice 4 (4 points) - commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions posées, une seule des trois réponses est exacte.
Recopier le numéro de chaque question et indiquer la réponse choisie.

Barème : Une réponse exacte rapporte 1 point; une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point. Aucune justification n'est attendue.

On considère la fonction f définie pour tout réel x par : $f(x) = xe^x$.

1) On note f' la fonction dérivée de la fonction f. Pour tout réel x on a :

- **a)** $f'(x) = e^x$
- **b)** $f'(x) = (x-1)e^x$
- **c)** $f'(x) = (x+1)e^x$

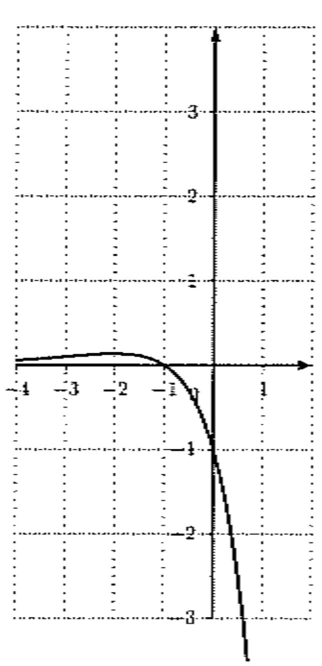
2) Le nombre de solutions réelles de l'équation $f(x) = 2x$ est :

- **a)** 0
- **b)** 1
- **c)** 2

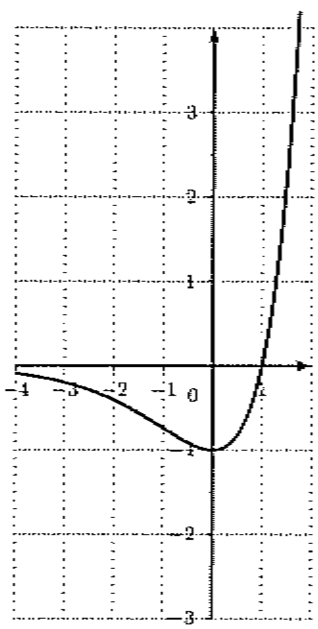
3) La valeur exacte de $f(-\ln 2)$ est :

- **a)** $2\ln 2$
- **b)** $-\dfrac{\ln 2}{2}$
- **c)** $-0{,}346$

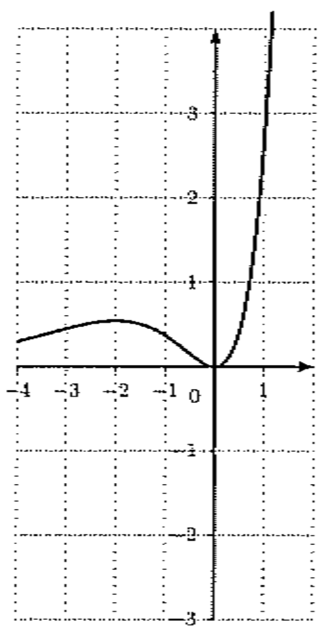
4) Une des trois courbes ci-dessous est la représentation graphique d'une **primitive** de la fonction f. Laquelle ?



a)



b)



c)