BACCALAURÉAT GENÉRAL

Session 2012

MATHÉMATIQUES

Série ES

Enseignement de Spécialité

Durée de l'épreuve : 3 heures

Coefficient : 7

Ce sujet comporte 7 pages numérotées de 1 à 7.

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

Le sujet est composé de 4 exercices indépendants.
Le candidat doit traiter tous les exercices.
Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.
La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

La feuille Annexe de l'exercice 1
est à rendre avec la copie.

EXERCICE 1 (5 points)
Commun à tous les candidats

Sur le site http://www.agencebio.org, on a extrait des informations concernant l'agriculture en France métropolitaine.

Document 1

En 2008, la surface agricole utilisée (SAU) était de 27 537 688 hectares dont 583 799 hectares en mode de production biologique.

Document 2

Année	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
Rang de l'année : x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
Surface en mode de production biologique (en hectares)	419 750	517 965	550 990	534 037	550 488	552 824	557 133	583 799
Part (en %) de la surface en mode de production biologique dans la SAU : y_i	1,4	1,75	1,87	1,93	1,99	2	2,02	2,12

Partie A

1. D'après le document 2, la part de la surface en mode de production biologique dans la SAU est de 2,12 % en 2008. En utilisant le document 1, justifier par un calcul cette information.
2. Calculer le pourcentage d'évolution de la surface en mode de production biologique entre 2007 et 2008. Ce pourcentage sera arrondi à 0,01 %.

Partie B

On a représenté, sur l'annexe, partie B, à rendre avec la copie, le nuage de points représentant la série statististique $(x_i\,;\,y_i)$.

1. A l'aide de la calculatrice, donner une équation de la droite d'ajustement affine de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés. Les coefficients seront arrondis à 10^{-2}.
2. Tracer cette droite dans le repère fourni sur l'annexe, partie B.
3. À l'occasion d'un TPE, un groupe d'élèves a trouvé sur une autre page du site qu'en 2009 et en 2010, les parts de la surface en mode de production biologique dans la SAU sont respectivement 2,46 % et 3,09 %. L'ajustement affine précédent est-il adapté à ces nouvelles données ?

Partie C :

Pour la suite de ce TPE, les élèves ont modélisé à l'aide d'un logiciel l'évolution de la part de surface en mode de production biologique dans la SAU sur la période de 2001 à 2012 par la fonction f définie sur l'intervalle $[1 ; 12]$ par

$$f(x) = 0{,}0096x^3 - 0{,}1448x^2 + 0{,}7132x + 0{,}813$$

Cet ajustement est représenté sur l'annexe, partie C.

Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

Le Grenelle de l'environnement s'est fixé comme objectif d'avoir 6 % de la SAU en mode de production biologique en 2012. Selon ce modèle, peut-on espérer que cet objectif soit atteint ?

EXERCICE 2 (5 points)
Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Une région se divise en deux zones :

- une zone A à proximité d'une grande agglomération,
- une zone B à proximité de la mer.

Chaque année, 20 % des habitants de la zone A partent habiter dans la zone B pour avoir un meilleur cadre de vie, et 5 % des habitants de la zone B partent habiter dans la zone A pour se rapprocher de leur lieu de travail.

On sait de plus qu'en 2010, 40 % de la population habitait en zone A.
On suppose que le nombre total d'habitants de la région reste constant au cours du temps.

Pour tout entier naturel n, l'état probabiliste correspondant à l'année $2010+n$ est défini par la matrice ligne $P_n = (a_n \quad b_n)$, où a_n et b_n désignent respectivement les proportions d'habitants des zones A et B.

1. Déterminer la matrice ligne P_0 de l'état initial.
2. Représenter la situation par un graphe probabiliste de sommets A et B.
3. (a) Écrire la matrice de transition M de ce graphe en respectant l'ordre alphabétique des sommets.

   (b) Donner la répartition de la population en 2012.
4. Dans la question suivante, on considère la matrice ligne $P = (a \quad b)$ où a et b sont deux nombres réels tels que $a + b = 1$.

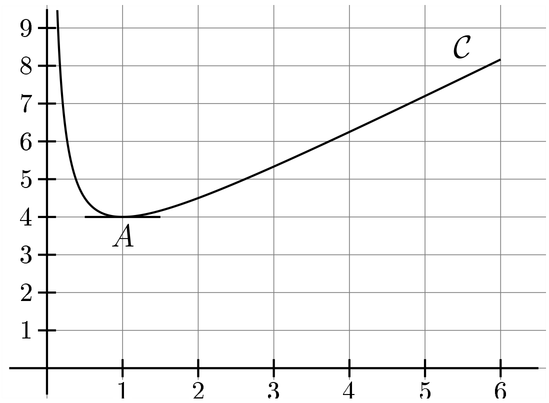
   (a) Déterminer a et b pour que $P = PM$.

   (b) Les infrastructures de la zone B permettent d'accueillir au maximum 75 % de la population. Lors d'un conseil municipal, le maire affirme qu'il va falloir prévoir de nouvelles infrastructures. A-t-il raison ?

EXERCICE 3 (4 points)
Commun à tous les candidats

Cet exercice est un QCM (questionnaire à choix multiples).
Pour chacune des questions posées, une seule des quatre réponses est exacte.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.
Une réponse exacte rapporte 1 point, une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.

On a représenté ci-dessous, dans le plan muni d'un repère orthogonal, la courbe représentative $\mathcal{C}$ d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $]0\,;\,6]$. Le point $A(1;4)$ appartient à la courbe $\mathcal{C}$. La tangente en A à la courbe $\mathcal{C}$ est parallèle à l'axe des abscisses.
On note f' la fonction dérivée de la fonction f.



1. Le nombre dérivé de la fonction f en 1 est égal à :
   a. 4 b. 0 c. -2 d. 1

2. Sur l'intervalle $]0\,;6]$, l'inéquation $f'(x) \geqslant 0$ admet comme ensemble de solutions :
   a. $]0\,;\,1]$ b. $]0\,;\,6]$ c. $[1\,;\,6]$ d. $[4\,;\,9]$

3. On pose $I = \displaystyle\int_3^5 f(x)dx$. On peut affirmer que :
   a. $12 < I < 13$ b. $0 < I < 2$ c. $5 < I < 8$ d. $-2 < I < 0$

4. On appelle F une primitive de la fonction f sur l'intervalle $]0\,;\,6]$. L'expression de F peut-être :
   a. $F(x) = \dfrac{1}{2}x^2 + 2x + 1$ b. $F(x) = 2 + \dfrac{1}{x}$

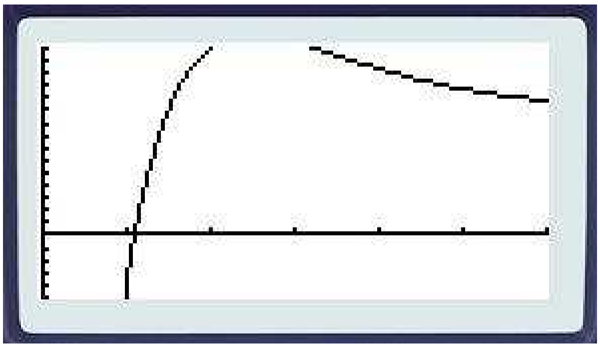
   c. $F(x) = \dfrac{1}{2}x^2 + 2x + \ln x$ d. $F(x) = 2x + \ln x$

EXERCICE 4 (6 points)
Commun à tous les candidats

Le bénéfice en milliers d'euros que réalise une entreprise lorsqu'elle fabrique et vend x centaines d'objets (pour x compris entre 0 et 6) est donné par

$$f(x) = (200x - 300)\mathrm{e}^{-x-1} + 10$$

Alix a affiché sur l'écran de sa calculatrice la courbe représentative de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,6]$.



Partie A : objectif « réaliser un bénéfice maximal ».

L'écran ne permet pas à Alix de déterminer le bénéfice maximal.
Il décide donc d'étudier la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,6]$. On admet que cette fonction est dérivable sur l'intervalle $[0\,;\,6]$. On désigne par f' la fonction dérivée de la fonction f.

1. Établir que, pour tout nombre réel x de l'intervalle $[0\,;\,6]$,

$$f'(x) = (500 - 200x)\mathrm{e}^{-x-1}$$

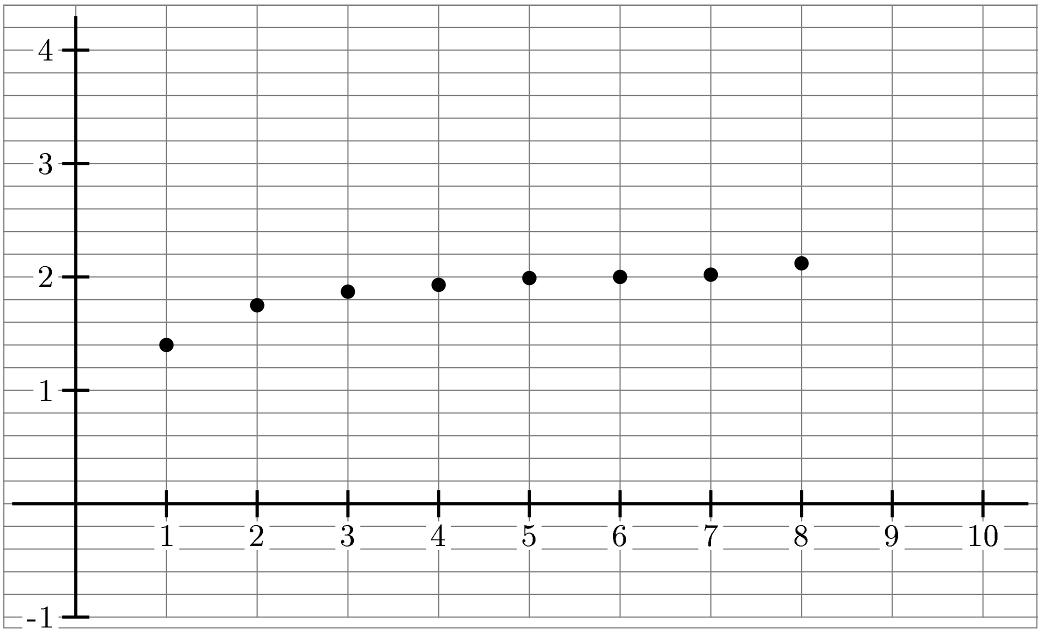
2. Dresser le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,6]$.
3. En déduire le nombre d'objets à vendre pour réaliser un bénéfice maximal.
   Quel est ce bénéfice maximal en euros ? (Donner la réponse arrondie à l'euro).
4. Proposer un réglage de la fenêtre graphique permettant de visualiser le maximum de la fonction f.

Partie B : objectif « ne pas vendre à perte ».

1. Au vu du graphique obtenu par Alix, à partir de combien d'objets l'entreprise ne vend-elle pas à perte ?
2. Démontrer que sur l'intervalle $[1\,;\,2]$ l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution notée α.
3. Donner une valeur approchée de α à 10^{-2} près.
4. Préciser le nombre d'objets à partir duquel l'entreprise ne vend pas à perte.

Annexe à rendre avec la copie

PARTIE B



PARTIE C