

**BACCALAURÉAT GÉNÉRAL**

**Session 2012**

# MATHÉMATIQUES

## Série L

Épreuve de spécialité

Durée de l'épreuve : 3 heures - Coefficient : 3

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

**Ce sujet comporte 7 pages numérotées de 1/7 à 7/7.**

**LES ANNEXES (pages 6 et 7) SONT À RENDRE IMPÉRATIVEMENT AVEC LA COPIE.**

**Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.**

**Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.**

Le candidat s'assurera que le sujet est complet.

Le sujet ne nécessite pas de papier millimétré.

L'usage d'un dictionnaire est interdit.

### **Exercice 1 (5 points)**

1. On considère l'algorithme suivant :

Entrée :  $A$  est un nombre entier naturel.  
Traitement : Affecter à  $N$  la valeur  $A^2 - 3A + 6$   
Tant que  $N \geq 0$   
Affecter à  $N$  la valeur  $N - 4$   
Sortie : Afficher la valeur de  $N$ .

- a) Que donne l'affichage en sortie pour chacune des entrées suivantes :  $A = 5$ ,  $A = 8$  et  $A = 9$  ?  
b) Modifier l'algorithme pour que, avec l'entier  $A$  pour entrée, la valeur affichée en sortie donne le reste de la division euclidienne de l'entier  $A^2 - 3A + 6$  par 4.

2. On cherche l'ensemble ( $S$ ) des entiers naturels  $A$  vérifiant la relation :

$$A^2 - 3A + 6 \equiv 0 \pmod{4}.$$

- a) Soit  $A$  un entier naturel quelconque. Quels sont les restes possibles dans la division euclidienne de  $A$  par 4 ?
- b)
- Si  $A \equiv 0 \pmod{4}$ , quel est le reste de  $A^2 - 3A + 6$  dans la division euclidienne par 4 ?
  - Si  $A \equiv 1 \pmod{4}$ , quel est le reste de  $A^2 - 3A + 6$  dans la division euclidienne par 4 ?
  - Si  $A \equiv 2 \pmod{4}$ , quel est le reste de  $A^2 - 3A + 6$  dans la division euclidienne par 4 ?
  - Si  $A \equiv 3 \pmod{4}$ , quel est le reste de  $A^2 - 3A + 6$  dans la division euclidienne par 4 ?
- c) On considère quatre familles de nombres qui s'écrivent respectivement de la manière suivante :  $A = 4N$ ,  $A = 4N + 1$ ,  $A = 4N + 2$  et  $A = 4N + 3$  où  $N$  est un entier naturel. Parmi ces quatre familles, quelles sont celles qui appartiennent à l'ensemble ( $S$ ) ?  
On ne demande pas de justification.

## Exercice 2 (4 points)

Une grande surface vend vingt climatiseurs de trois types de classe énergétique. Cinq sont de classe A, sept de classe B et les autres sont de classe C.

**La garantie d'un climatiseur est de deux ans.**

La probabilité qu'un climatiseur de la classe A ait une panne dans les deux premières années d'utilisation est de 0,15.

La probabilité qu'un climatiseur de la classe B ait une panne dans les deux premières années d'utilisation est de 0,20.

La probabilité qu'un climatiseur de la classe C ait une panne dans les deux premières années d'utilisation est de 0,30.

On prend un climatiseur au hasard parmi le stock de cette grande surface.

On note A l'événement « L'appareil pris est de classe A ».

On note B l'événement « L'appareil pris est de classe B ».

On note C l'événement « L'appareil pris est de classe C ».

L'événement « L'appareil aura une panne dans les deux premières années d'utilisation » est noté D.

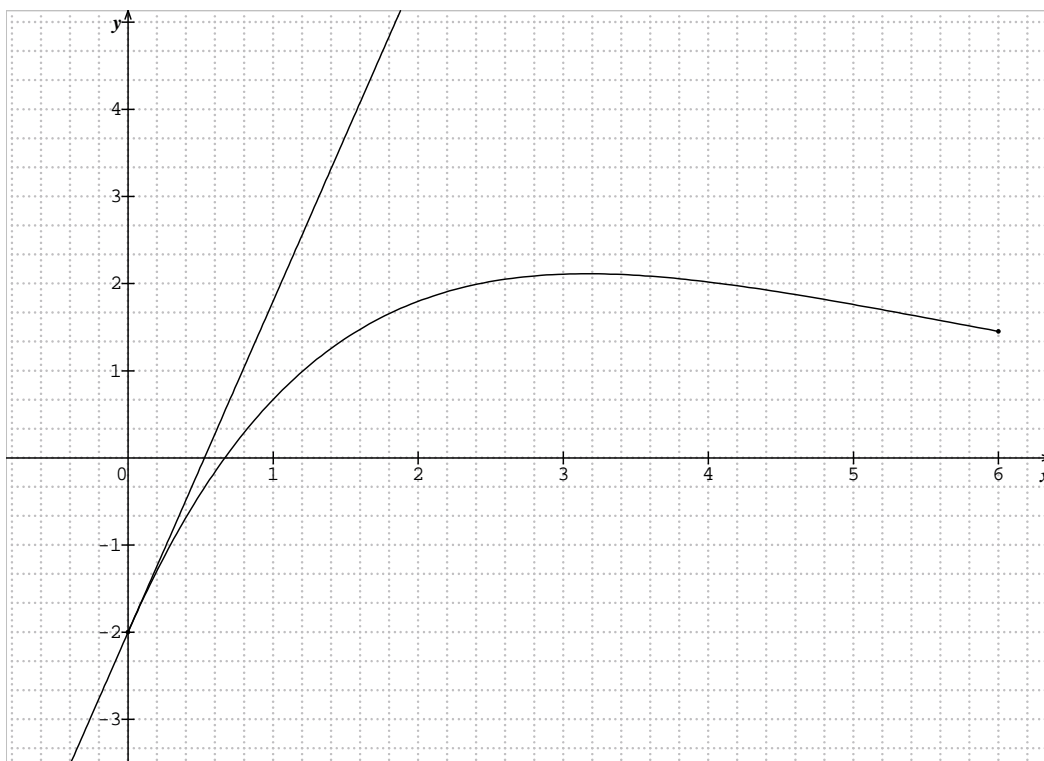
On note  $\bar{D}$  l'événement contraire de D.

Les résultats seront donnés sous formes décimales, exactes ou arrondies à  $10^{-4}$  près.

1. Construire un arbre de probabilités complet résumant les données précédentes.
2. Déterminer la probabilité que l'appareil soit de classe A et qu'il ne tombe pas en panne pendant la durée de la garantie.
3. Démontrer que la probabilité que l'appareil ne tombe pas en panne pendant la durée de la garantie est de 0,7725.
4. L'appareil est tombé en panne pendant la durée de la garantie. Déterminer la probabilité qu'il soit de classe C.

### Exercice 3 (5 points)

Soit  $f$  une fonction définie sur l'intervalle  $[0;6]$ . On note  $C$  sa courbe représentative dans un repère orthogonal. La droite  $(d)$  est la tangente à  $C$  en son point d'abscisse 0. Le dessin ci-dessous représente  $C$  et  $(d)$ .



1. Les réponses aux questions suivantes seront données par lecture graphique et sans justifications.  
On donnera des valeurs approchées à 0,1 près.
  - a) Résoudre l'équation  $f(x) = 0$ .
  - b) Sur quel intervalle la fonction  $f$  semble-t-elle décroissante ?

2. La fonction  $f$  précédente est définie sur l'intervalle  $[0;6]$  par  $f(x) = (3x - 2)e^{-0,4x}$ 
  - a) Résoudre l'équation  $f(x) = 0$  sur l'intervalle  $[0;6]$ .

On admet que la fonction dérivée  $f'$  de  $f$  sur l'intervalle  $[0;6]$  est donnée par :

$$f'(x) = (3,8 - 1,2x) e^{-0,4x}$$

- b) Étudier le signe de  $f'(x)$  sur l'intervalle  $[0;6]$ .
- c) Donner le tableau de variations de la fonction  $f$  en précisant la valeur exacte de  $f(0)$  et des valeurs approchées à 0,1 près de  $f(6)$  et du maximum de  $f$  sur l'intervalle  $[0;6]$ .
- d) ***Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.***

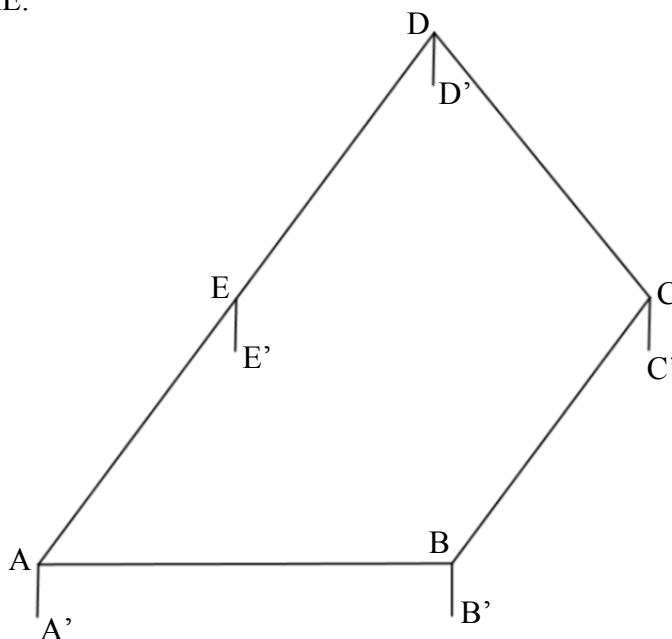
La droite  $(d)$  passe-t-elle par le point de coordonnées  $(1,4 ; 3,3)$  ?

#### **Exercice 4** (6 points)

Deux dessins sont donnés en annexe. Ils sont à rendre avec la copie.

Sur le dessin ci-dessous, on a schématisé en perspective parallèle un enclos électrifié servant à parquer des moutons. Il est constitué de cinq pieds verticaux  $[A'A]$ ,  $[B'B]$ ,  $[C'C]$ ,  $[D'D]$  et  $[E'E]$  de même hauteur et du fil électrique qui joint les sommets de ces pieds en formant un polygone ABCD horizontal vérifiant les conditions suivantes :

- le point E est le milieu de  $[AD]$ ,
- les droites (DA) et (BC) sont perpendiculaires à la droite (AB),
- $AB = BC = AE$ .



1. En plein jour, l'enclos est entièrement éclairé par le soleil et son ombre entièrement sur le sol horizontal. Les rayons du soleil sont parallèles entre eux. Sur l'**Annexe 1**, on a représenté l'ombre  $[A'A'']$  du pied  $[A'A]$ .

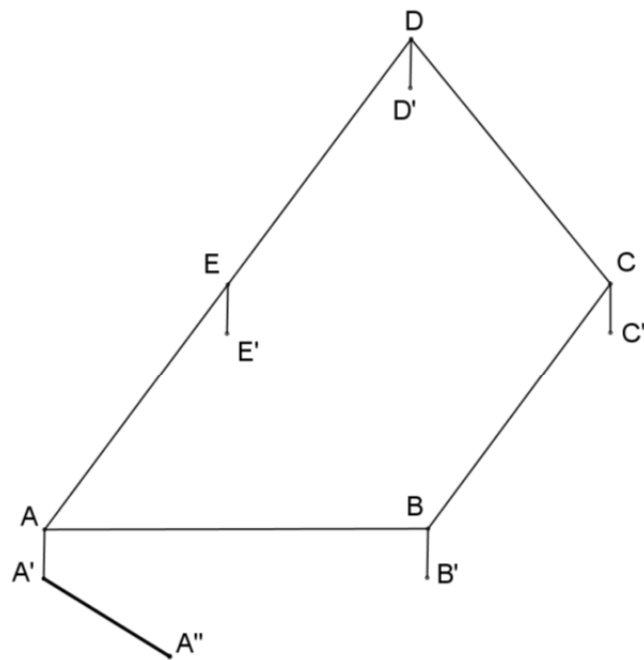
Compléter le dessin en représentant l'ombre complète de l'enclos (pieds et fil électrique).

2. L'**Annexe 2** donne une partie d'une représentation en perspective centrale de l'enclos. Les segments  $[AA']$  et  $[BB']$  sont dans le même plan frontal. La droite  $(\delta)$  est la ligne d'horizon. Les points a, a', b, c sont les images respectives de A, A', B, C dans cette perspective. La droite  $(aa')$  est perpendiculaire à  $(\delta)$ .

- a. Construire le point e, image de E.
- b. Que peut-on dire des droites (CD) et (BE) ? On ne demande pas de justifier.
- c. En déduire la construction du point d, image de D.
- d. Construire le polygone abcde.
- e. Terminer le dessin par la construction des images des cinq pieds.

**Annexe 1 – A rendre impérativement avec la copie**

Exercice 4 – Question 1



**Annexe 2 - A rendre impérativement avec la copie**

Exercice 4 – Question 2

---

(8)

