

SESSION 2012

BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE

Sciences et Technologies de la Gestion

Communication et Gestion des Ressources Humaines

MATHÉMATIQUES

Durée de l'épreuve : 2 heures

Coefficient : 2

Dès que le sujet lui est remis, le candidat doit s'assurer qu'il est complet et que toutes les pages sont imprimées.

L'usage de la calculatrice est autorisé pour cette épreuve.

L'annexe 1 (page 6/7) et l'annexe 2 (page 7/7) sont à rendre avec la copie.

Le candidat doit traiter les trois exercices.

<p>Le candidat est invité à faire figurer toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée. Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.</p>

Ce sujet comporte 7 pages numérotées de 1/7 à 7/7

EXERCICE 1 (4 points)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).

Pour chaque question, trois réponses sont proposées, **une seule réponse est correcte.**

Pour chaque question, indiquer le numéro de la question et recopier la réponse choisie.

Aucune justification n'est demandée.

Chaque réponse correcte rapporte 1 point. Une réponse incorrecte ou une question sans réponse n'apporte ni ne retire aucun point.

Un site internet propose la vente de livres. On choisit au hasard un client de ce site qui y a acheté un livre. On note :

A l'évènement « le client a acheté un roman policier »,

B l'évènement « le client a acheté un ouvrage d'un auteur français ».

On suppose que $p(A) = \frac{3}{4}$ et $p(A \cap B) = \frac{1}{12}$.

On rappelle la formule valable pour des évènements M et N quelconques :

$$p(M \cup N) = p(M) + p(N) - p(M \cap N).$$

1) $p(\bar{A})$ est égal à :

• $\frac{1}{4}$

• $\frac{1}{5}$

• $\frac{4}{3}$

2) $p_A(B)$ est égal à :

• $\frac{4}{9}$

• $\frac{1}{9}$

• $\frac{11}{12}$

3) L'évènement « Le client n'a acheté ni roman policier ni ouvrage d'un auteur français » est représenté par :

• $\bar{A} \cap \bar{B}$

• $\bar{A} \cup \bar{B}$

• $\overline{A \cap B}$

4) On admet que $p(A \cup B) = \frac{15}{16}$. Dans ce cas, $p(B)$ est égal à :

• $\frac{13}{48}$

• $\frac{11}{48}$

• $\frac{4}{28}$

EXERCICE 2 (8 points)

Une entreprise de menuiserie fait une étude sur la fabrication de chaises en bois pour une production comprise entre 5 et 60 chaises par jour.

On admet que le coût de production, en euros, de x chaises par jour est donné par :

$$C(x) = x^2 - 10x + 200, \text{ où } C \text{ est une fonction définie sur l'intervalle } [5 ; 60].$$

Le prix de vente d'une chaise est de 50 €. La courbe représentative \mathcal{C} de la fonction C , sur l'intervalle $[5 ; 60]$, est donnée dans *l'annexe 1 à rendre avec la copie*.

A) Coût de production

- 1) Déterminer par le calcul le coût de production de 20 chaises.
- 2) Par lecture graphique, estimer la quantité de chaises correspondant à un coût de production de 500 €.
On laissera apparents les traits nécessaires à la lecture graphique.

B) Étude graphique du bénéfice

- 1) On appelle $R(x)$ la recette correspondant à la vente de x chaises. Montrer que $R(x)$ est donné par : $R(x) = 50x$.
- 2) Représenter graphiquement la fonction R sur l'intervalle $[5 ; 60]$, dans le repère de *l'annexe 1 à rendre avec la copie*.
- 3) Le bénéfice $B(x)$ réalisé par l'entreprise en fonction du nombre x de chaises vendues est la différence entre la recette et le coût de production.
A l'aide du graphique, déterminer l'intervalle dans lequel doit se trouver le nombre de chaises à vendre pour que l'entreprise réalise un bénéfice positif.
On laissera apparents les traits nécessaires à la lecture graphique.

C) Étude algébrique du bénéfice

Le bénéfice réalisé par l'entreprise, exprimé en euros, est modélisé par la fonction B définie sur l'intervalle $[5 ; 60]$.

- 1) Montrer que $B(x) = -x^2 + 60x - 200$.
- 2) A l'aide de la calculatrice, remplir le tableau de valeurs de la fonction B donné dans *l'annexe 1 à rendre avec la copie*.
- 3) B' est la dérivée de la fonction B . Calculer $B'(x)$.
- 4) Déterminer, en fonction de x , le signe de $-2x + 60$, sur l'intervalle $[5 ; 60]$.
- 5) En déduire les variations de la fonction B sur l'intervalle $[5 ; 60]$.
- 6) On suppose que la production est entièrement vendue. Déterminer le nombre de chaises que doit produire l'entreprise pour réaliser un bénéfice maximum.

EXERCICE 3 (8 points)

Les données du tableau ci-dessous, reproduit dans *l'annexe 2 à rendre avec la copie*, concernent l'évolution de la part d'énergie renouvelable dans la production annuelle d'électricité de l'Union Européenne, pour la période allant de 2003 à 2008.

(Source : Eurostat-Energie)

	A	B	C	D	E	F	G
1	Année	2003	2004	2005	2006	2007	2008
2	Rang de l'année (x_i)	0	1	2	3	4	5
3	Part d'énergie renouvelable dans la production d'électricité de l'Union Européenne, en % (y_i)	12,9	13,9	14	14,6	15,5	16,7
4	Taux annuel d'évolution de la production d'électricité de l'Union Européenne, en %		7,8				

Lecture du tableau :

- dans la cellule B3, 12,9% est la part d'énergie renouvelable dans la production d'électricité en 2003.
- dans la cellule C4, 7,8% est le taux d'évolution de la production d'électricité de l'Union Européenne, arrondi à 0,1% près, de 2003 à 2004.

Le graphique de *l'annexe 2 à rendre avec la copie* représente le nuage de points de coordonnées (x_i, y_i) .

A) Taux d'évolution

- 1) Quelle formule doit-on entrer dans la cellule C4 et recopier sur la plage D4 : G4 pour obtenir les taux annuels d'évolution de la production d'électricité de l'Union Européenne, en % ?
- 2) Compléter le tableau fourni dans *l'annexe 2 à rendre avec la copie*.
- 3) Déterminer le taux d'évolution global de la part d'énergie renouvelable dans la production d'électricité de l'Union Européenne entre 2003 et 2008.
On arrondira le résultat à 0,1% près.
- 4) Montrer que le taux annuel moyen d'évolution entre 2003 et 2008, arrondi à 0,1% près, est égal à 5,3%.

B) 1^{er} modèle d'évolution : la droite de régression par la méthode des moindres carrés

- 1) En utilisant la calculatrice, donner une équation de la droite \mathcal{D} qui réalise un ajustement affine de ce nuage de points par la méthode des moindres carrés.
On arrondira les coefficients à 10^{-3} près.
- 2) On prend comme équation de la droite \mathcal{D} : $y = 0,70x + 12,86$. Tracer cette droite sur le graphique de *l'annexe 2 à rendre avec la copie*.

C) 2^e modèle d'évolution : utilisation d'une suite géométrique

Soit (u_n) la suite géométrique de premier terme $u_0 = 12,9$ et de raison $1,053$. On suppose que u_n représente le pourcentage de la part d'énergie renouvelable dans la production d'énergie de l'Union Européenne l'année $2003 + n$, n étant inférieur ou égal à 9 .

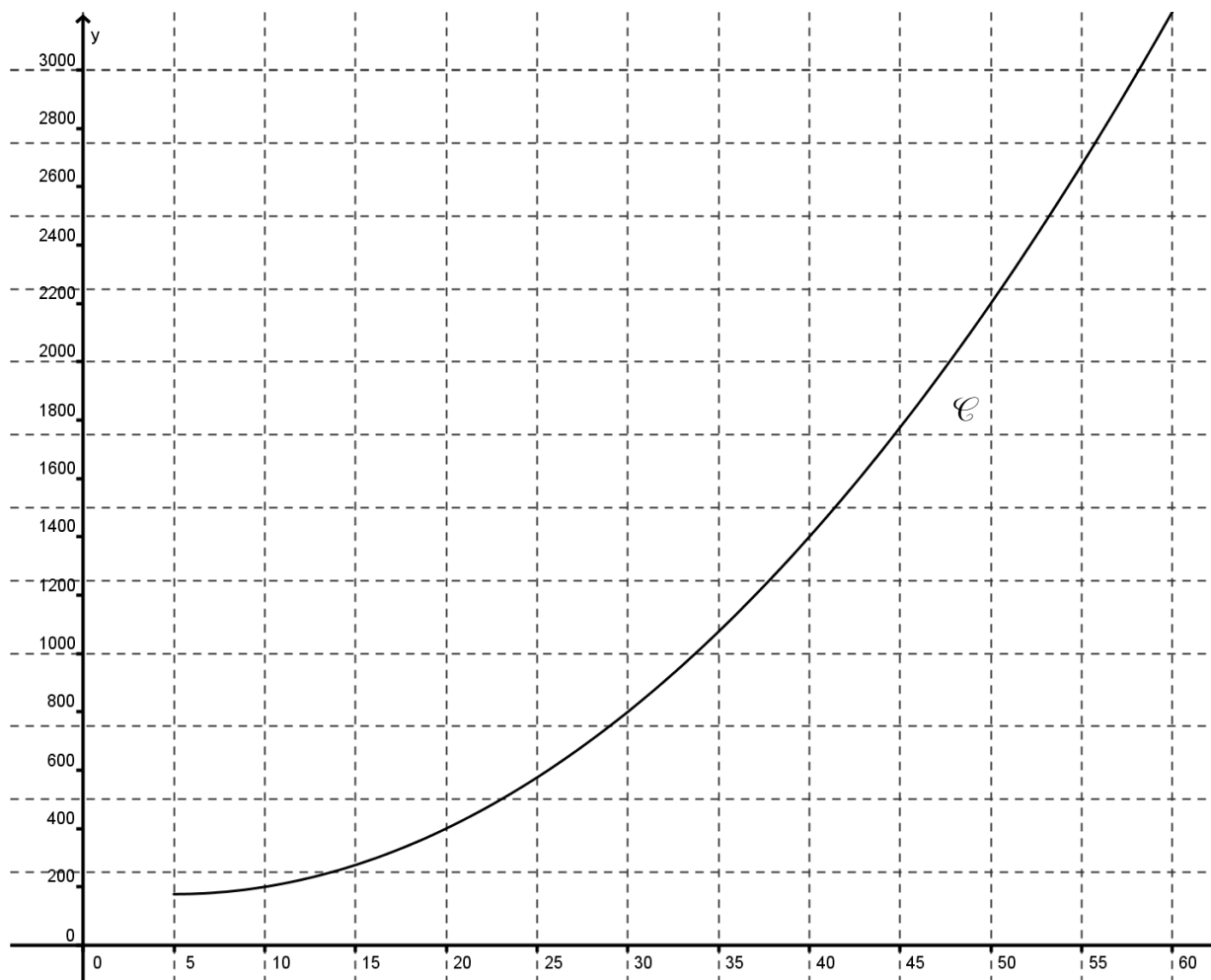
- 1) Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n .
- 2) Exprimer u_n en fonction de n .
- 3) a) Calculer u_9 . On arrondira le résultat à 10^{-1} près.
b) Que représente u_9 ?

D) Estimation en 2012

Dans cette question toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

On se demande si la part d'énergie renouvelable dans la production d'électricité de l'Union Européenne peut atteindre l'objectif de 21% en 2012. L'un ou l'autre des deux modèles étudiés conduit-il à cet objectif ?

EXERCICE 2 : courbe représentative de la fonction C



EXERCICE 2 : tableau de valeurs de la fonction B à compléter

x	0	10	20	25	30	35	40	50	60
$B(x)$									

Annexe 2 à rendre avec la copie

EXERCICE 3 : tableau à compléter

	A	B	C	D	E	F	G
1	Année	2003	2004	2005	2006	2007	2008
2	Rang de l'année (x_i)	0	1	2	3	4	5
3	Part d'énergie renouvelable dans la production d'électricité de l'Union Européenne, en % (y_i)	12,9	13,9	14	14,6	15,5	16,7
4	Taux annuel d'évolution de la production d'électricité de l'Union Européenne, en %		7,8				

EXERCICE 3 : graphique à compléter

Part d'énergie renouvelable dans la production d'électricité par année dans l'Union Européenne à 27 pays depuis 2003 (*Source : Eurostat*)

