

STG – Métropole juin 2012 Correction

Exercice 1

4 points

1. Pour tout réel x , le nombre $e^{2x+\ln 3}$ est égal à :

a. $3e^{2x}$ b. $3+e^{2x}$ c. $2x+3$

Car $e^{2x+\ln 3} = e^{2x} e^{\ln 3}$ or $e^{\ln 3} = 3$

2. Soit f la fonction définie sur $]0 ; +\infty[$ par $f(x) = 5x \ln x$.

On note f' la fonction dérivée de f sur $]0 ; +\infty[$. Pour tout x de $]0 ; +\infty[$, on a :

a. $f'(x) = 5 \ln x$ b. $f'(x) = 5(\ln x + 1)$ c. $f'(x) = \frac{5}{x}$

Car $f'(x) = 5 \ln x + 5x \times \frac{1}{x} = 5 \ln x + 5$

3. Sur l'intervalle $[-3 ; 4]$, l'équation $g(x) = 2,5$ possède :

a. ~~une solution~~ b. deux solutions c. ~~trois solutions.~~

4. On note g' la fonction dérivée de g sur $[-3 ; 4]$. Alors $g'(x) < 0$ pour tout x de l'intervalle :

a. $[1 ; 3]$ b. $[-3 ; 0]$ c. $[-1 ; 2]$.

Car g décroissante sur I alors pour tout $x \in I$, $g'(x) < 0$

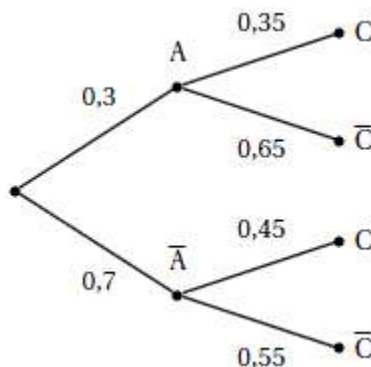
Exercice 2

5 points

1. Donnons la probabilité $p_A(C)$ de l'événement C sachant que l'événement A est réalisé.

$p_A(C) = 0,35$ car 35 % des beignets à l'ananas sont aromatisés à la cannelle.

2.



3. a. $A \cap C$ est l'événement : « le beignet choisi est à l'ananas et est aromatisé à la cannelle ».

b. Calculons la probabilité de cet événement. $p(A \cap C) = p(A) \times p_A(C) = 0,3 \times 0,35 = 0,105$

4. $p(C) = p(A \cap C) + p(\overline{A} \cap C) = 0,105 + 0,7 \times 0,45 = 0,105 + 0,315 = 0,42$ d'après la formule de probabilité totale car A et \overline{A} forment une partition de l'univers.

5. $p(A \cap C) = 0,105,$

$p(A)p(C) = 0,3 \times 0,42 = 0,126.$

Donc $p(A \cap C) \neq p(A)p(C)$

Les événements A et C ne sont pas indépendants.

6. $p_C(A) = \text{Erreur !} = \text{Erreur !} = 0,25$.

Exercice 3

5 points

1. Le taux annuel d'évolution étant de 5%, le coefficient multiplicateur associé est 1,05. Chaque terme, sauf le premier, se trouvant multiplié par 1,05 par rapport au précédent, la suite (u_n) est une suite géométrique de premier terme u_0 et de raison 1,05.

2. Le terme général d'une suite géométrique de premier terme u_0 et de raison q est $u_n = 4 \times (1,05)^n$.

3. En 2016, nous avons $n = 6$, $u_6 = 4 \times 1,05^6 \approx 5,3603$.

La taille du dossier en 2016 est d'environ 5,36 Mo.

4. a. « =C2*1,05 » ou « =\$ C2*1,05 » ou « =\$C\$2*1,05^B3 »

b. « =SOMME(\$C\$2 :C3) » et « =D2+C3 »

5. a. $S_6 = u_0 \frac{q^7 - 1}{q - 1} = 4 \times \frac{1,05^7 - 1}{1,05 - 1} \approx 32,57$

La taille de l'ensemble des dossiers au 31 décembre 2016 sera d'environ 32,57 Mo.

b. La capacité de stockage de la messagerie est limitée à 30 mégaoctets. Nous pouvons estimer que Monsieur X ne pourra conserver la totalité de ses messages, car la capacité de stockage de la messagerie est inférieure à la taille de l'ensemble de ses dossiers $32,57 > 30$.

Exercice 4

6 points

Partie A

1. À l'aide de la calculatrice, une équation de la droite d'ajustement affine de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés est $y = 1136,6x + 25462,5$.

2. a. Voir annexe

b. En 2014, le rang de l'année est 10. L'ordonnée du point de (D) d'abscisse 10 est 37 000. En 2014, le nombre de nuitées prévu par ce modèle d'ajustement en 2014 est de 37 000.

c. Remplaçons dans l'équation de (D), x par 10.

$$y = 1150 \times 10 + 25500 = 37000.$$

Nous retrouvons bien le résultat précédent.

Partie B

1. $I_{2007} = \frac{N_{2007} \times 100}{N_{2004}} = \frac{28897 \times 100}{25156} \approx 114,87$

2. a. Si l'on appelle T le taux global d'évolution, $T = \frac{32014 - 25156}{25156} \approx 0,2726$.

Le taux global d'augmentation entre 2004 et 2010 est d'environ 27,26%.

b. Entre 2004 et 2010, le nombre de la fréquentation a subi 6 évolutions. En 2010, le nombre de la fréquentation de 2004 a été multiplié par $1+T$ d'une part ou par $(1 + t_m)^6$ d'autre part, t_m désignant le taux moyen d'augmentation.

Nous avons alors

$$(1 + t_m)^6 = 1,2726 \quad \text{donc} \quad t_m = (1,2726)^{1/6} - 1 \approx 0,040995$$

Le taux moyen d'augmentation de la fréquentation des campings 4 étoiles ou plus entre 2004 et 2010 à 0,01 près est 4,10%.

Annexe de l'exercice 4 (à rendre avec la copie)

