

# BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

SESSION 2013

## MATHÉMATIQUES

Série ES/L

Durée de l'épreuve : 3 heures

Coefficient : 5 (ES), 4 (L)

**ES : ENSEIGNEMENT OBLIGATOIRE**  
**L : ENSEIGNEMENT DE SPECIALITE**

**Les calculatrices électroniques de poche sont autorisées,  
conformément à la réglementation en vigueur.**

*Le sujet est composé de 4 exercices indépendants. Le candidat doit traiter tous les exercices.*

*Dans chaque exercice, le candidat peut admettre un résultat précédemment donné dans le texte pour aborder les questions suivantes, à condition de l'indiquer clairement sur la copie.*

*Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.*

*Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation des copies.*

*Avant de composer, le candidat s'assurera que le sujet comporte 5 pages numérotées de 1/5 à 5/5.*

## Exercice 1 (4 points)

*Commun à tous les candidats*

*Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.*

*Une réponse exacte rapporte 1 point. Une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.*

*Pour chacune des questions posées, une seule des quatre réponses est exacte.*

*Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse choisie.*

*Aucune justification n'est demandée.*

1. La fonction  $F$  définie sur  $\mathbf{R}$  par  $F(x) = e^{-x^2}$  est une primitive de la fonction  $f$  définie par :  
A :  $f(x) = -xe^{-x^2}$                       B :  $f(x) = -2xe^{-x^2}$   
C :  $f(x) = xe^{-x^2}$                       D :  $f(x) = e^{-2x}$
2. Soit la fonction  $h$  définie sur  $\mathbf{R}$  par  $h(x) = (7x - 23)e^x$ .  
L'équation  $h(x) = 0$   
A : a pour solution 2,718                      B : a une solution sur  $[0 ; +\infty[$   
C : a deux solutions sur  $\mathbf{R}$                       D : a une solution sur  $] -\infty ; 0]$
3. On pose  $I = \int_0^1 3e^{3x} dx$ .  
On peut affirmer que :  
A :  $I = e^3 - 1$                       B :  $I = 3e^3 - 3$   
C :  $I = 19,1$                       D :  $I = 1 - e^3$
4. La fonction  $g$  définie sur  $\mathbf{R}$  par  $g(x) = x^3 - 9x$  est convexe sur l'intervalle :  
A :  $] -\infty ; +\infty[$                       B :  $[0 ; +\infty[$   
C :  $] -\infty ; 0]$                       D :  $[-3 ; 3]$

## Exercice 2 (5 points)

*Candidats de la série ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de L.*

Une enquête a été réalisée auprès des élèves d'un lycée afin de connaître leur point de vue sur la durée de la pause du midi ainsi que sur les rythmes scolaires.

L'enquête révèle que 55% des élèves sont favorables à une pause plus longue le midi et parmi ceux qui souhaitent une pause plus longue, 95% sont pour une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire.

Parmi ceux qui ne veulent pas de pause plus longue le midi, seulement 10% sont pour une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire.

On choisit un élève au hasard dans le lycée. On considère les événements suivants :

$L$  : l'élève choisi est favorable à une pause plus longue le midi ;

$C$  : l'élève choisi souhaite une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire.

1. Construire un arbre pondéré décrivant la situation.
2. Calculer  $P(L \cap C)$  la probabilité de l'évènement  $L \cap C$ .
3. Montrer que  $P(C) = 0,5675$ .
4. Calculer  $P_C(L)$ , la probabilité de l'évènement  $L$  sachant l'évènement  $C$  réalisé. En donner une valeur arrondie à  $10^{-4}$ .
5. On interroge successivement et de façon indépendante quatre élèves pris au hasard parmi les élèves de l'établissement. Soit  $X$  la variable aléatoire qui donne le nombre d'élèves favorables à une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire. Le nombre d'élèves étant suffisamment grand, on considère que  $X$  suit une loi binomiale.
  - a) Préciser les paramètres de cette loi binomiale.
  - b) Calculer la probabilité qu'aucun des quatre élèves interrogés ne soit favorable à une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire. En donner une valeur arrondie à  $10^{-4}$ .
  - c) Calculer la probabilité qu'exactement deux élèves soient favorables à une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire.

### Exercice 3 (5 points)

*Commun à tous les candidats*

Le 1<sup>er</sup> janvier 2000, un client a placé 3000 € à intérêts composés au taux annuel de 2,5 %. On note  $C_n$  le capital du client au 1<sup>er</sup> janvier de l'année 2000 +  $n$ , où  $n$  est un entier naturel.

1. Calculer  $C_1$  et  $C_2$ . Arrondir les résultats au centime d'euro.
2. Exprimer  $C_{n+1}$  en fonction de  $C_n$ . En déduire que, pour tout nombre entier naturel  $n$ , on a la relation :  $C_n = 3000 \times 1,025^n$ .
3. On donne l'algorithme suivant :

|                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|-------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Entrée</b>     | Saisir un nombre S supérieur à 3000                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
| <b>Traitement</b> | <p>Affecter à <math>n</math> la valeur 0.      {Initialisation}</p> <p>Affecter à U la valeur 3000      {Initialisation}</p> <p>Tant que <math>U \leq S</math></p> <p style="padding-left: 40px;"><math>n</math> prend la valeur <math>n + 1</math></p> <p style="padding-left: 40px;">U prend la valeur <math>U \times 1,025</math></p> <p>Fin tant que</p> |
| <b>Sortie</b>     | Afficher le nombre 2000 + $n$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |

- a) Pour la valeur  $S = 3300$  saisie, recopier et compléter autant que nécessaire le tableau suivant. Les résultats seront arrondis à l'unité.

|                      |      |   |       |  |
|----------------------|------|---|-------|--|
| Valeur de $n$        | 0    | 1 | ..... |  |
| Valeur de U          | 3000 |   | ..... |  |
| Condition $U \leq S$ | vrai |   | ..... |  |

- b) En déduire l'affichage obtenu quand la valeur de S saisie est 3300.
- c) Dans le contexte de cet exercice, expliquer comment interpréter le nombre obtenu en sortie de cet algorithme quand on saisit un nombre S supérieur à 3000.
4. Au 1<sup>er</sup> janvier 2013, le client avait besoin d'une somme de 5000 €. Montrer que le capital de son placement n'est pas suffisant à cette date.
  5. Déterminer, en détaillant la méthode, à partir du 1<sup>er</sup> janvier de quelle année le client pourrait avoir son capital initial multiplié par 10.

## Exercice 4 (6 points)

*Commun à tous les candidats*

*La partie C peut être traitée indépendamment des parties A et B.*

### PARTIE A

On désigne par  $f$  la fonction définie sur l'intervalle  $[0 ; 6]$  par  $f(x) = 1 - (x + 1)e^{-x}$ .

1. Montrer que  $f'(x) = xe^{-x}$  où  $f'$  désigne la fonction dérivée de la fonction  $f$ .
2. Démontrer que l'équation  $f(x) = 0,5$  admet une solution unique  $\alpha$  sur l'intervalle  $[0 ; 6]$ .  
Déterminer une valeur arrondie de  $\alpha$  à 0,01.
3. On admet que la fonction  $F$  définie sur  $[0 ; 6]$  par  $F(x) = x + (x + 2)e^{-x}$  est une primitive de  $f$  sur  $[0 ; 6]$ . Donner la valeur exacte puis une valeur arrondie à  $10^{-3}$  de  $I = \int_0^6 f(x)dx$ .

### PARTIE B

Une entreprise lance la production de batteries pour véhicules électriques.

Une étude a modélisé le rythme de la production journalière sur les six premiers mois à l'aide de la fonction  $f$  définie dans la partie A pour  $x$  compris entre 0 et 6.

$x$  représente le nombre de mois (de 30 jours) depuis le lancement du produit.

$f(x)$  représente la production journalière de batteries en milliers.

1. Exprimer en mois puis en jours le moment où la production atteindra 0,5 millier soit 500 unités.
2. Déterminer une valeur arrondie à  $10^{-3}$  de la valeur moyenne, exprimée en milliers, de la production sur les six premiers mois.

### PARTIE C

Il est prévu que l'autonomie permise par ce type de batteries, sous certaines conditions de conduite, soit de 200 km.

Sur un parcours joignant une ville située à 160 km, on suppose que l'autonomie, exprimée en km, permise par ces batteries suit une loi normale d'espérance  $\mu = 200$  et d'écart-type  $\sigma = 40$ .

1. Quelle est la probabilité, arrondie au centième, de ne pas atteindre cette ville ?
2. La probabilité de pouvoir faire l'aller-retour jusqu'à cette ville sans recharge des batteries est-elle supérieure à 0,01 ? Justifier votre réponse.