

Durée : 3 heures

## Baccalauréat ES Antilles - Guyane 12 septembre 2014

### Exercice 1

5 points

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).

Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte.

Aucune justification n'est demandée. Une bonne réponse rapporte un point.

Une mauvaise réponse ou l'absence de réponse n'apporte, ni n'enlève aucun point.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse choisie.

1) La valeur exacte de  $\ln(10e^2)$  est :

- a.  $2\ln(10) + 2$       b. 4,302585093      c.  $\ln(10) + 2$       d.  $2\ln(10e)$

2) On désigne par  $n$  un nombre entier naturel. L'inégalité  $0,7^n \leq 0,01$  est réalisée dès que :

- a.  $n \geq 12$       b.  $n \geq 13$       c.  $n \leq 13$       d.  $n \geq 70$

3) On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = e^{5x+2}$ .

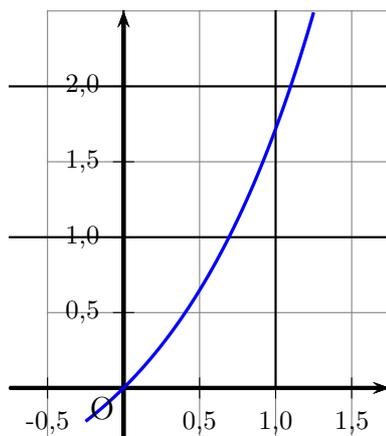
L'expression  $f'(x)$  de la dérivée de  $f$  est :

- a.  $5e^{5x+2}$       b.  $e^{5x+2}$       c.  $2e^{5x+2}$       d.  $(5x + 2)e^{5x+2}$

4) On donne ci-dessous la courbe représentative d'une fonction  $f$  dans un repère du plan.

La valeur de  $\int_0^1 f(x) dx$  est :

- a.  $e - 2$       b. 2      c.  $1/4$       d.  $\ln(1/2)$



5) La tangente au point d'abscisse 1 à la courbe ci-dessus, donnée à la question 4, a pour équation :

- a.  $y = ex + 1$       b.  $y = ex - 1$       c.  $y = -ex + 1$       d.  $y = -ex - 1$

**Exercice 2****Candidats ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats L**

Les deux parties de l'exercice sont indépendantes.

**Partie A**

Une entreprise fabrique des balles de tennis et dispose de trois chaînes de fabrication appelées A, B, C.

La chaîne A fabrique 30 % de la production totale de l'entreprise.

La chaîne B en fabrique 10 %.

La chaîne C fabrique le reste de la production.

En sortie de chaînes, certaines balles peuvent présenter un défaut.

5 % des balles issues de la chaîne A présentent un défaut.

5 % des balles issues de la chaîne B présentent un défaut.

4 % des balles issues de la chaîne C présentent un défaut.

On choisit au hasard une balle dans la production de l'entreprise et on note les évènements :

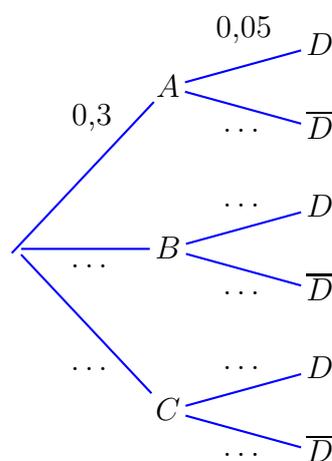
$A$  : « la balle provient de la chaîne A » ;

$B$  : « la balle provient de la chaîne B » ;

$C$  : « la balle provient de la chaîne C » ;

$D$  : « la balle présente un défaut ».

- 1) Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-contre.
- 2) Comment se note la probabilité de l'évènement « la balle présente un défaut et provient de la chaîne B » ?
- 3) Montrer que  $P(D)$ , la probabilité de l'évènement  $D$ , vaut 0,044.
- 4) Calculer  $P_D(A)$ , la probabilité de  $A$  sachant  $D$ , et donner un résultat arrondi à 0,001.
- 5) On choisit 5 balles au hasard dans la production totale qui est suffisamment importante pour que ce choix puisse être assimilé à cinq tirages indépendants avec remise.  
Quelle est la probabilité pour que 3 balles possèdent un défaut ? Arrondir le résultat à 0,0001 et justifier la réponse.

**Partie B**

Pour être homologuée par la Fédération Internationale de Tennis, le poids d'une balle de tennis doit être compris entre 56,7 grammes et 58,5 grammes.

On suppose que la variable aléatoire  $X$  qui, à une balle choisie au hasard dans la production, associe son poids en gramme, suit la loi normale d'espérance  $\mu = 57,6$  et d'écart-type  $\sigma = 0,3$ .

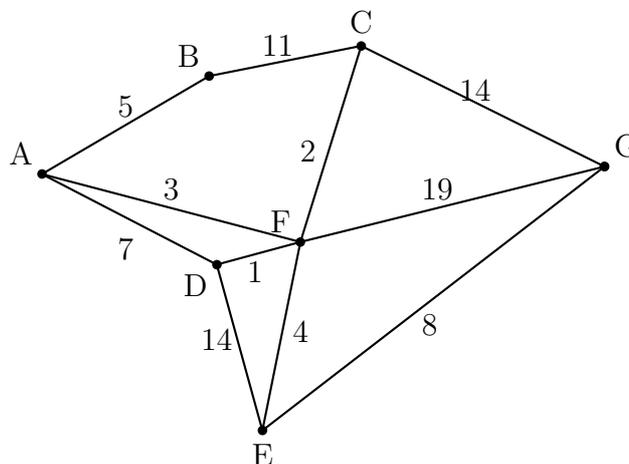
On arrondira les résultats au millième.

- 1) Quelle est la probabilité qu'une balle choisie au hasard soit homologuée ?
- 2) Quelle est la probabilité qu'une balle choisie au hasard ait un poids supérieur à 58 grammes ?

**Exercice 2****5 points****Candidats ES ayant suivi l'enseignement de spécialité**

Dans le jeu vidéo « Save the princess », l'objectif est d'aller délivrer une princesse tout en récoltant des trésors situés dans les couloirs du château.

Le plan du château est représenté par le graphe pondéré ci-dessous. Les sommets de ce graphe représentent les salles et les arêtes représentent les couloirs reliant les salles entre elles.

**Partie A**

- 1) Le joueur se trouve dans la salle A. Il décide de visiter chacun des couloirs afin de trouver le plus de trésors possibles. Peut-il trouver un trajet lui permettant de passer par tous les couloirs une et une seule fois ? Justifier la réponse.
- 2) Dans chaque couloir se trouve un certain nombre de monstres. Les étiquettes du graphe pondéré donnent le nombre de monstres présents dans les couloirs.  
Le joueur souhaite, en partant de A, rejoindre la princesse enfermée dans la salle G. Déterminer le chemin qu'il doit prendre pour délivrer la princesse en combattant le moins de monstres possible.  
Combien de monstres aurait-il alors à affronter ?

**Partie B**

Pour un joueur régulier, on estime que :

s'il gagne une partie, la probabilité qu'il gagne la partie suivante est 0,7 ;

s'il perd une partie, la probabilité qu'il perde la partie suivante est 0,6.

On note  $P_n = \begin{pmatrix} u_n & v_n \end{pmatrix}$  l'état probabiliste lors de la  $n$ -ième partie où  $u_n$  désigne la probabilité que la partie soit gagnée et  $v_n$  celle que la partie soit perdue.

- 1) Traduire les données de l'énoncé par un graphe probabiliste. On nommera les sommets  $U$  (pour la partie gagnée) et  $V$  (pour la partie perdue).
- 2) En déduire la matrice de transition en considérant les sommets dans l'ordre  $U, V$ .
- 3) On suppose la première partie perdue, l'état probabiliste initial est donc  $P_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix}$ .  
Montrer que la probabilité que le joueur gagne la 3<sup>e</sup> partie est 0,52.
- 4) Déterminer la probabilité que le joueur gagne la 15<sup>e</sup> partie.  
Arrondir le résultat au centième.

**Exercice 3****6 points****Commun à tous les candidats**

Les trois parties sont indépendantes et peuvent être traitées séparément.

Un producteur de légumes souhaite s'implanter dans une commune et livrer directement chez le consommateur des paniers de 5 kg de légumes variés labélisés « bio ».

**Partie A**

Avant de se lancer, le producteur fait réaliser un sondage auprès de 2500 foyers de la commune ; 80 foyers se déclarent intéressés par l'achat d'un panier par mois.

Déterminer l'intervalle de confiance au niveau de confiance de 95 % de la proportion de foyers de la commune susceptibles de passer commande d'un panier mensuel.

Quelle aurait dû être la taille de l'échantillon pour obtenir un intervalle de confiance d'amplitude 0,02 ?

La commune compte 15000 foyers. La condition pour démarrer l'entreprise est de réaliser une recette minimale de 3500 euros par mois. Sachant que les paniers seront vendus 20 euros l'un, le producteur peut-il envisager de se lancer ? Justifier la réponse.

**Partie B**

La production mensuelle de légumes permettra de livrer au maximum 1000 paniers par mois. Le coût total de production est modélisé par la fonction  $C$  définie sur l'intervalle  $[0 ; 10]$  par

$$C(x) = -\frac{1}{48}x^4 + \frac{5}{16}x^3 + 5x + 10.$$

Lorsque  $x$  est exprimé en centaines de paniers,  $C(x)$  est égal au coût total exprimé en centaines d'euros. On admet que, pour tout nombre  $x$  de l'intervalle  $[0 ; 10]$ , le coût marginal est donné par la fonction  $C_m = C'$  où  $C'$  est la fonction dérivée de  $C$ .

- 1) Calculer  $C_m(6)$ , le coût marginal pour six cents paniers vendus.
- 2) On note  $C''$  la fonction dérivée seconde de  $C$  et on a  $C''(x) = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{15}{8}x$ .
  - a) Déterminer le plus grand intervalle de la forme  $[0 ; a]$  inclus dans  $[0 ; 10]$  sur lequel la fonction  $C$  est convexe.
  - b) Que peut-on dire du point d'abscisse  $a$  de la courbe de la fonction  $C$  ? Interpréter cette valeur de  $a$  en termes de coût.

**Partie C**

On admet que l'entreprise produit entre 0 et 1000 paniers de légumes (par mois) et que tout ce qui est produit est vendu au prix de 20 euros le panier.

La recette mensuelle  $R$ , exprimée en centaines d'euros, ainsi que la fonction  $C$  sont représentées par les courbes  $C_R$  et  $C_C$  sur le graphique donné en annexe.

Par lecture graphique, répondre aux questions qui suivent.

- 1) Indiquer le nombre minimal de paniers que le producteur doit produire et vendre pour réaliser un bénéfice. Donner une valeur approchée à la dizaine.
- 2) Indiquer le bénéfice réalisé par le producteur s'il produit et vend 500 paniers dans le mois. Donner une valeur approchée à la centaine d'euros.
- 3) Le producteur peut-il espérer réaliser un bénéfice de 5000 euros dans un mois ? Argumenter la réponse.

**Exercice 4****4 points****Commun à tous les candidats**

En 2008, une entreprise internationale s'est dotée d'un centre de visio-conférence qui permet de réaliser de grandes économies dans le budget « déplacement des cadres ».

Lors d'un conseil d'administration de fin d'année, le responsable du centre de visio-conférence fait le compte rendu suivant : on a observé un fort accroissement de l'utilisation de cette technologie, le nombre de visio-conférences, qui était de 30 en 2008, a augmenté de 20 % tous les ans.

- 1) On s'intéresse au nombre d'utilisations de la visio-conférence lors de l'année  $2008 + n$ . On modélise la situation par une suite géométrique  $(u_n)$  où le terme  $u_n$  est une estimation de ce nombre d'utilisations lors de l'année  $2008 + n$ .
- Donner la raison  $q$  et le premier terme  $u_0$  de cette suite.
  - Donner l'expression de  $u_n$  en fonction de  $n$ .
  - Vérifier qu'en 2013 on a atteint 74 utilisations de la visio-conférence.
- 2) On considère l'algorithme suivant :

<b>Variabes :</b>	$n$ est un nombre entier naturel $U$ et $A$ sont des nombres réels
<b>Entrée :</b>	Saisir $A$
<b>Traitement :</b>	Affecter à $U$ la valeur 30 Affecter à $n$ la valeur 0 Tant que $U < A$ faire   $U$ prend la valeur $U + U \times 0,2$   $n$ prend la valeur $n + 1$ Fin Tant que
<b>Sortie :</b>	Afficher $n$

- a) On donne la valeur 100 à  $A$ . Recopier et compléter autant que nécessaire le tableau suivant. Les valeurs de  $U$  seront données approchées par défaut à l'entier près.

<b>Test <math>U &lt; A</math></b>	lightgray	vrai		.....
<b>Valeur de <math>U</math></b>	30	36		.....
<b>Valeur de <math>n</math></b>	0	1		.....

- Quelle est la valeur affichée en sortie de cet algorithme ?
  - Interpréter cette valeur affichée dans le contexte de ce problème.
- 3) Le coût de l'installation des appareils de visio-conférence sera amorti quand le nombre total d'utilisations aura dépassé 400.  
À partir de quelle année cette installation sera-t-elle amortie ? Justifier la réponse.

## ANNEXE

## Exercice 3 Partie C

