SESSION 2015

BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE

<u>Sciences et Technologies du Management et de la Gestion</u>

MATHÉMATIQUES

Durée de l'épreuve : 3 heures | Coefficient : 3

Dès que le sujet lui est remis, le candidat doit s'assurer qu'il est complet et que toutes les pages sont imprimées.

L'usage de la calculatrice est autorisé pour cette épreuve.

L'annexe (page 6/6) est à rendre avec la copie.

Le candidat doit traiter les 4 exercices.

Le candidat est invité à faire figurer toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée. Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Ce sujet comporte 6 pages numérotées de 1/6 à 6/6

EXERCICE 1 (6 points)

Le tableau ci-dessous, extrait d'une feuille de calcul, donne le revenu disponible brut (RDB) des ménages et l'évolution de leur pouvoir d'achat en France de 2010 à 2013.

	A	B	C	D	E
1	Année	2010	2011	2012	2013
2	Rang de l'année : x_i	1	2	3	4
3	RDB en milliards d'euros : y_i	1 285,40	1 311,40	1 318,10	1 326,30
4	Taux d'évolution du RDB, en %, arrondi à 0,01 %		2,02	0,51	

Source : INSEE

Les points de coordonnées $(x_i\,;y_i)$ sont représentés dans le graphique de **l'annexe à rendre avec la copie**.

Partie A : taux d'évolution

1) **a)** La cellule E4 est au format pourcentage. Quelle formule faut-il entrer dans E4 pour calculer le taux d'évolution du RDB en pourcentage de 2012 à 2013 ?

b) Calculer le taux d'évolution du RDB en pourcentage de 2012 à 2013.
On arrondira le résultat à 0,01 %.

2) **a)** Montrer que le taux annuel moyen d'évolution du RDB entre 2010 et 2013, arrondi à 0,01 %, est égal à 1,05 %.

b) On suppose que le taux d'évolution du RDB de 2013 à 2014 est égal à 1,05 %.
Calculer le RDB pour l'année 2014. *On arrondira le résultat au centième.*

Partie B : ajustement affine

1) À l'aide de la calculatrice, donner une équation de la droite $\mathcal{D}$ qui réalise un ajustement affine du nuage de points de coordonnées $(x_i\,;\,y_i)$ par la méthode des moindres carrés.

2) Tracer la droite $\mathcal{D}$ dans le repère donné en **annexe à rendre avec la copie**.

3) Quel RDB ce modèle d'ajustement a-t-il permis de prévoir en 2014 ?

Partie C : comparaison des deux prévisions

Une étude statistique suggère que le RDB des ménages en 2014 aurait été de 1 340 milliards d'euros. Si on autorise une marge d'erreur de 1 %, les prévisions pour le RDB en 2014 obtenues en **partie A - 2) b)** et en **partie B - 3)** sont-elles acceptables ?

EXERCICE 2 (5 points)

Deux coureurs cyclistes, Ugo et Vivien, ont programmé un entraînement hebdomadaire afin de se préparer à une course qui aura lieu dans quelques mois. Leur objectif est de parcourir chacun une distance totale de 1 500 km pendant leur période d'entraînement de 20 semaines.
Ugo commence son entraînement en parcourant 40 km la première semaine et prévoit d'augmenter cette distance de 5 km par semaine.
Vivien commence son entraînement en parcourant 30 km la première semaine et prévoit d'augmenter cette distance de 10 % par semaine.
On note u_n la distance, en kilomètres, parcourue par Ugo la n-ième semaine.
On note v_n la distance, en kilomètres, parcourue par Vivien la n-ième semaine.
On a ainsi $u_1 = 40$ et $v_1 = 30$. Dans cet exercice, on étudie les suites (u_n) et (v_n).

Partie A : l'entraînement d'Ugo

1) Calculer les distances parcourues par Ugo au cours des deuxième et troisième semaines d'entraînement.

2) Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Préciser sa raison.

3) Recopier l'algorithme ci-dessous et en compléter les lignes **(1)** et **(2)** de façon à ce qu'il affiche en sortie la distance parcourue par Ugo lors de la n-ième semaine d'entraînement.

Variables :	u est un réel
	i et n sont des entiers naturels
Entrée :	Saisir n
Initialisation :	u prend la valeur............... **(1)**
Traitement :	Pour i allant de 1 à n
	u prend la valeur.............. **(2)**
	Fin Pour
Sortie :	Afficher u

4) Montrer que, pour tout $n \geq 1$, $u_n = 35 + 5n$.

Partie B : l'entraînement de Vivien

1) Quelle est la nature de la suite (v_n) ? Justifier la réponse.

2) Montrer que, pour tout $n \geq 1$, $v_n = 30 \times 1{,}1^{n-1}$.

3) Calculer v_8. *On arrondira le résultat au dixième.*

Partie C : comparaison des deux entraînements

1) Vivien est persuadé qu'il y aura une semaine où il parcourra une distance supérieure à celle parcourue par Ugo. Vivien a-t-il raison ?
On pourra utiliser les **parties A** *et* **B** *pour justifier la réponse.*

2) A la fin de la $17^{\text{ème}}$ semaine, les deux cyclistes se blessent. Ils décident alors de réduire leur entraînement. Ils ne feront plus que 80 km chacun par semaine à partir de la $18^{\text{ème}}$ semaine. Leur objectif sera-t-il atteint ? Justifier.

EXERCICE 3 (5 points)

On s'intéresse à la trajectoire d'un ballon de basketball lancé par un joueur faisant face au panneau. Cette trajectoire est modélisée dans le repère de **l'annexe à rendre avec la copie**. Dans ce repère, l'axe des abscisses correspond à la droite passant par les pieds du joueur et la base du panneau, l'unité sur les deux axes est le mètre. On suppose que la position initiale du ballon se trouve au point J et que la position du panier se trouve au point P.

La trajectoire du ballon est assimilée à la courbe $\mathcal{C}$ représentant une fonction f.

Les coordonnées du ballon sont donc $(x\,;f(x))$.

1) Etude graphique

En exploitant la figure de **l'annexe à rendre avec la copie**, répondre aux questions suivantes :

a) Quelle est la hauteur du ballon lorsque $x = 0,5$ m ?

b) Le ballon atteint-il la hauteur de 5,5 m ?

2) Etude de la fonction *f*

La fonction f est définie sur l'intervalle $[0;6]$ par $f(x) = -0,4x^2 + 2,2x + 2$.

a) Calculer $f'(x)$ où f' est la dérivée de la fonction f.

b) Etudier le signe de $f'(x)$ et en déduire le tableau de variations de f sur l'intervalle $[0;6]$.

c) Quelle est la hauteur maximale atteinte par le ballon lors de ce lancer ?

3) Modification du lancer

En réalité, le panneau, représenté par le segment $[AB]$ dans la figure **de l'annexe à rendre avec la copie**, se trouve à une distance de 5,3 m du joueur. Le point A est à une hauteur de 2,9 m et le point B est à une hauteur de 3,5 m.

Le joueur décide de modifier son lancer pour tenter de faire rebondir le ballon sur le panneau. Il effectue alors deux lancers successifs.

Dans le premier lancer, la trajectoire du ballon est modélisée par la fonction g définie sur l'intervalle $[0;6]$ par $g(x) = -0,2x^2 + 1,2x + 2$.

Dans le second lancer, la trajectoire du ballon est modélisée par la fonction h définie sur l'intervalle $[0;6]$ par $h(x) = -0,3x^2 + 1,8x + 2$.

Pour chacun de ces deux lancers, déterminer si le ballon rebondit ou non sur le panneau.

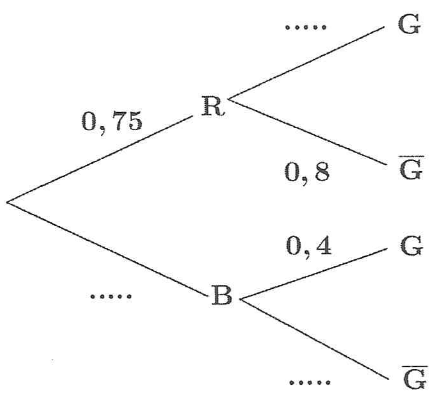
EXERCICE 4 (4 points)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM).
Pour chacune des quatre questions, **une seule des quatre réponses proposées est correcte.** *Pour chaque question, indiquer le numéro de la question et recopier sur la copie la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée. Chaque réponse correcte rapporte 1 point. Une réponse incorrecte ou une question sans réponse n'apporte ni ne retire aucun point.*

Une urne contient 15 jetons rouges et 5 jetons bleus. 20 % des jetons rouges sont gagnants et 40 % des jetons bleus sont gagnants. Un joueur tire au hasard un jeton de l'urne. On note :

- R l'événement : « Le jeton est rouge. »
- B l'événement : « Le jeton est bleu. »
- G l'événement : « Le jeton est gagnant. »

La situation peut être modélisée par l'arbre de probabilité ci-dessous :



1) La probabilité que le jeton soit bleu est :

- 0,75 • 0,25 • 0,4 • 0,6

2) $p(R \cap G) =$

- 0,05 • 0,45 • 0,15 • 0,95

3) La probabilité que le jeton soit gagnant est :

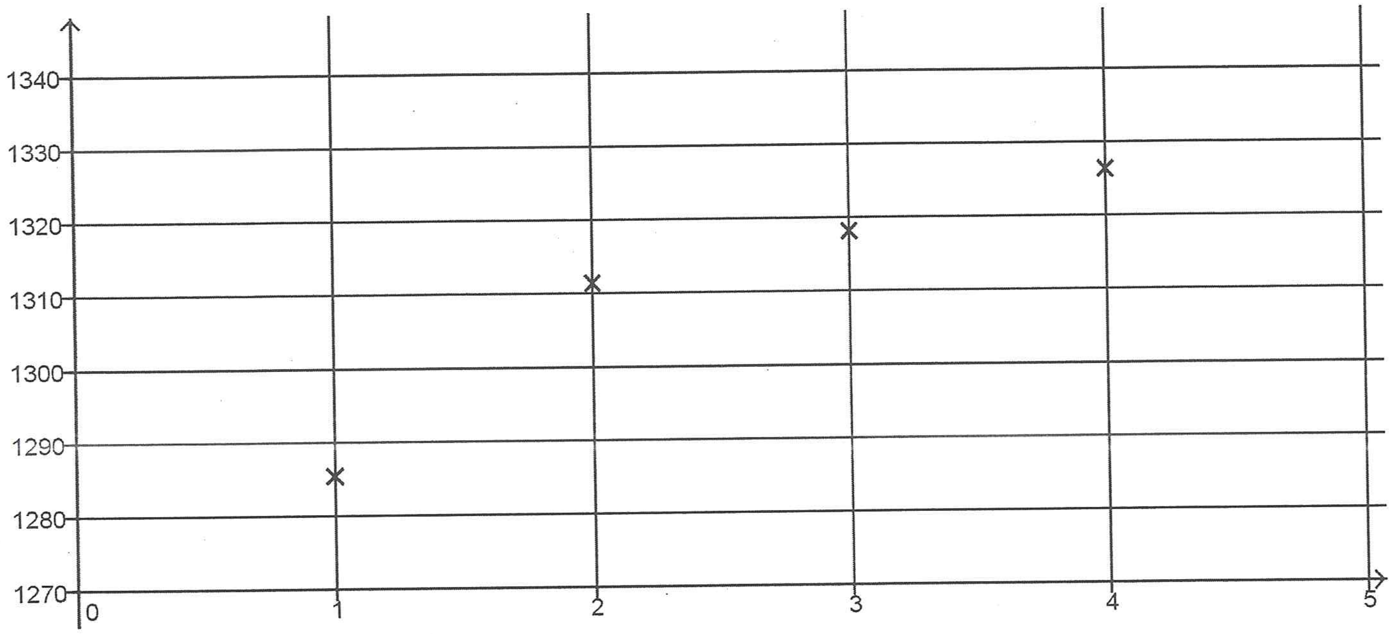
- 0,2 • 0,6 • 0,25 • 0,75

4) Une machine fabrique plusieurs milliers de ces jetons par jour. On désigne par X la variable aléatoire qui, à chaque jeton, associe son diamètre en millimètres.
On admet que X suit la loi normale d'espérance 20 et d'écart-type 0,015. Les jetons sont acceptables si leurs diamètres appartiennent à l'intervalle [19,98 ; 20,02].
La probabilité qu'un jeton pris au hasard dans la production soit acceptable, arrondie à 10^{-3}, est :

- 0,818 • $4{,}84 \times 10^{-4}$ • 0,182 • 0

Annexe à rendre avec la copie

EXERCICE 1



EXERCICE 3