BACCALAUREAT TECHNOLOGIQUE

SESSION 2016

MATHÉMATIQUES

SCIENCES ET TECHNOLOGIES DU MANAGEMENT ET DE LA GESTION STMG

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **3 heures** – COEFFICIENT : **3**

Calculatrice autorisée, conformément à la circulaire n°99-186 du 16 novembre 1999.

Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.

Il sera tenu compte de la clarté des raisonnements et de la qualité de la rédaction dans l'appréciation des copies.

Ce sujet comporte 6 pages numérotées de 1/6 à 6/6.
La page 6/6 est une annexe au sujet, à rendre avec la copie.
Dès que le sujet lui est remis le candidat doit s'assurer qu'il est complet.

Exercice 1 **(8 points)**

A partir des recensements effectués tous les dix ans, on a établi le tableau suivant qui donne l'évolution de la population française en millions d'individus entre 1851 et 1911. Peu de données sont disponibles pour l'année 1871.

	Population en 1851	**Population en 1861**	**Population en 1881**	**Population en 1891**	**Population en 1901**	**Population en 1911**
Rang de la décennie : x_i	0	1	3	4	5	6
Population en millions : y_i	35	37,4	37,7	39,9	39	39,6

Source : INSEE

Partie A : Approximation de la population en 1871.

1. Placer sur le graphique donné en annexe le nuage de points de coordonnées $(x_i\ ;\ y_i)$.
2. Donner une équation de la droite d'ajustement affine de y en fonction de x obtenue par la méthode des moindres carrés. Les coefficients seront arrondis au millième.
3. On décide d'ajuster ce nuage de points par la droite (d) d'équation $y = 0{,}7x + 35{,}9$. Tracer cette droite sur ce même graphique.
4. A l'aide de ce modèle, estimer la population en 1871.

Partie B : Évolution de la population après 1911.

1. Les données de l'INSEE (Institut National de la Statistique et des Études Économiques) montrent qu'en 1921 la population française était d'environ 39,2 millions de personnes. Le modèle utilisé dans la partie A prévoyait-il ce résultat ?
2. Sachant qu'en 2011 il y avait 65,2 millions d'habitants en France, pensez-vous que ce modèle reste valable jusqu'à nos jours ? On attend une réponse argumentée.

Partie C

1. Calculer le taux d'évolution global, exprimé en pourcentage et arrondi au centième, de la population française entre 1911 et 2011 *(les données se trouvent dans les deux premières parties).*
2. En déduire le taux d'évolution annuel moyen pendant cette période arrondi à 0,1% près.
3. On souhaite utiliser ce taux moyen pour obtenir un autre modèle de la population.

   Soit (U_n) la suite géométrique de raison 1,005 et de premier terme $U_0 = 39{,}6$.

   a. Calculer U_3 puis U_{100} *(on arrondira à 0,1 près).*

   b. Dans le cadre de l'exercice, que représentent U_3 et U_{100} ?

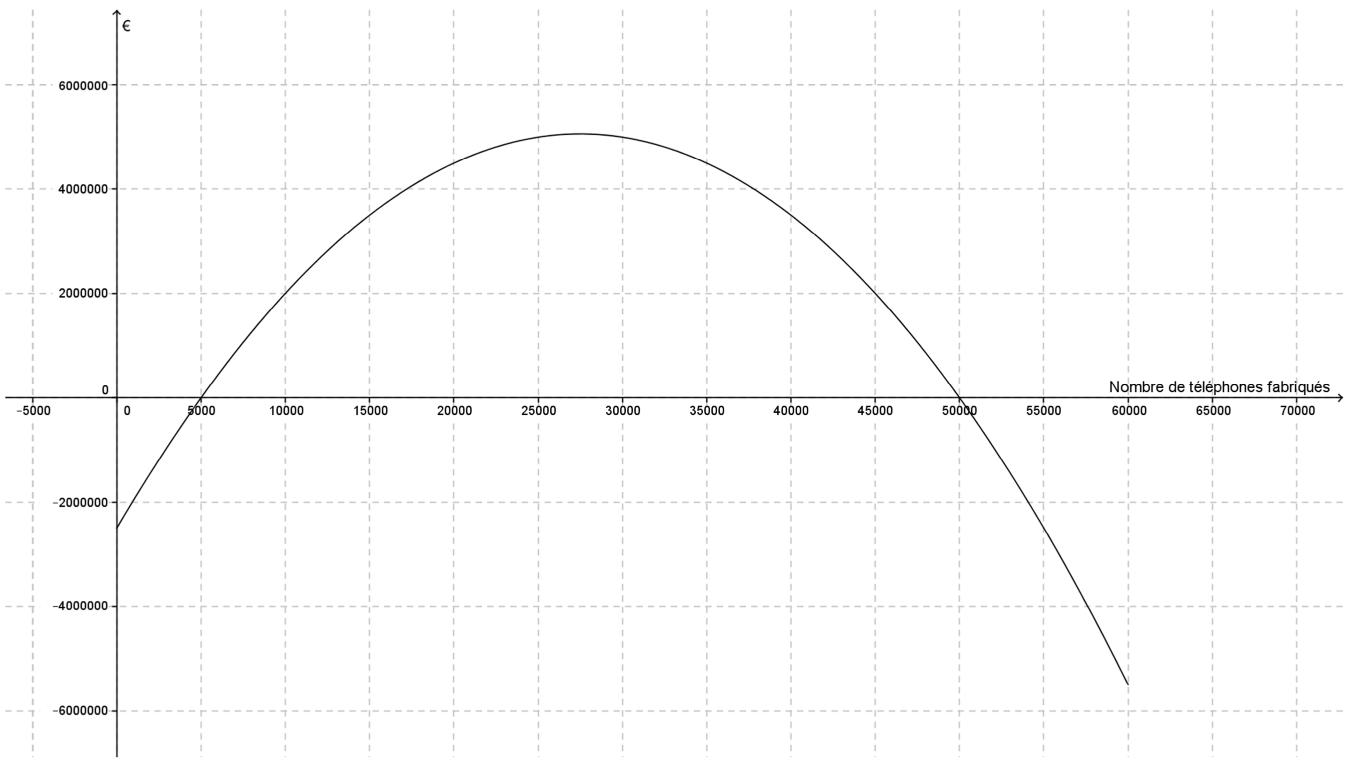
Exercice 2 **(8 points)**

En 2016, une entreprise compte produire au plus 60 000 téléphones mobiles pour la France et les vendre 800 € l'unité. On supposera que tous les téléphones produits sont vendus. On s'intéressera dans cet exercice au bénéfice éventuel réalisé par l'entreprise.

Après plusieurs études, les coûts, en euros, liés à la production, à la distribution et à la publicité, sont modélisés par $C(x) = 0{,}01x^2 + 250x + 2\ 500\ 000$ (où x est le nombre d'exemplaires fabriqués et vendus).

Partie A

1. Montrer que le bénéfice, selon le nombre x d'exemplaires vendus, est défini sur [0 ; 60000] par $f(x) = -0{,}01x^2 + 550x - 2\ 500\ 000$.
2. Déterminer la fonction f'dérivée de la fonction f.
3. Donner, en justifiant votre démarche, le tableau de variation de la fonction f.
4. Combien l'entreprise doit-elle vendre de téléphones pour réaliser un bénéfice maximal ? Calculer ce bénéfice.
5. La fonction f est représentée ci-dessous.
   - **a.** Déterminer graphiquement combien l'entreprise doit vendre de téléphones pour réaliser un bénéfice supérieur à 2 millions d'euros.
   - **b.** L'entreprise a-t-elle intérêt à produire 60 000 exemplaires en 2016 ? Justifier la réponse.



Partie B

On s'intéresse dans cette partie au bénéfice unitaire qui est modélisé par la fonction g définie sur]0 ; 60000] par $g(x) = \frac{f(x)}{x}$.

Sur un tableur, on a préparé une feuille de calcul dont on donne, ci-dessous, un aperçu :

	A	B	C
1	Nombre d'exemplaires *x*	Bénéfice *f(x)*	Bénéfice unitaire *g(x)*
2	1000	-1960000	-1960,00
3	2000	-1440000	-720,00
4	3000	-940000	-313,33
5	4000	-460000	-115,00
6	5000	0	0,00
7	6000	440000	73,33
8	7000	860000	122,86
9	8000	1260000	157,50
10	9000	1640000	182,22
11	10000	2000000	200,00
12	11000	2340000	212,73
13	12000	2660000	221,67
14	13000	2960000	227,69
15	14000	3240000	231,43
16	15000	3500000	233,33
17	16000	3740000	233,75
18	17000	3960000	232,94
19	18000	4160000	231,11
20	19000	4340000	228,42
21	20000	4500000	225,00

1. Quelle formule peut-on saisir en **C2** pour obtenir, par recopie vers le bas, les valeurs du bénéfice unitaire ?
2. D'après le tableau, combien d'exemplaires doit-on fabriquer et vendre pour avoir un bénéfice unitaire maximal.

Partie C

On modélise, par jour de production, le nombre d'appareils défectueux par la loi normale d'espérance $\mu = 14$ et d'écart type $\sigma = 2$. On arrondira les résultats au millième.

1. Calculer la probabilité pour qu'un jour donné, il y ait entre 12 et 16 téléphones défectueux.
2. On considère que la production d'une journée n'est pas satisfaisante quand il y a plus de 18 téléphones défectueux. Quelle est la probabilité pour qu'un jour donné la production ne soit pas satisfaisante ?

<u>Exercice 3</u> **(4 points)**

Cet exercice est un Questionnaire à Choix Multiple (QCM).
Pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est correcte.
Relever sur la copie le numéro de la question ainsi que la lettre correspondant à la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée. Une réponse juste rapporte un point ; une réponse fausse ou l'absence de réponse n'enlève pas de point.

Dans une population, on estime qu'il naît 51% de garçons et 49% de filles.

1. L'intervalle de fluctuation à au moins 95% de la fréquence des filles dans un échantillon de 100 naissances choisies au hasard sera :

a. [0,48 ; 0,50] **b.** [0,39 ; 0,59] **c.** [0,41 ; 0,61] **d.** [0,47 ; 0,51]

Dans cette même population si le premier enfant d'une famille est une fille, dans 75% des cas il y a un deuxième enfant. Si le premier enfant est un garçon, il y a un deuxième enfant dans 20% des cas.
On choisit, au hasard dans cette population, une famille ayant au moins un enfant.

On considère les évènements suivants :

F : « le premier enfant de cette famille est une fille »
D : « cette famille a eu un deuxième enfant »

2. On a :

a. P(D) = 0,4695 **b.** P(D) = 0,75 **c.** P(D) = 0,3675 **d.** P(D) = 0,53025

3. La probabilité que la famille choisie ait au moins deux enfants et que le premier soit une fille est :

a. 0,1225 **b.** 0,49 **c.** 0,3675 **d.** 1,24

4. On choisit au hasard 5 familles parmi celles qui ont au moins un enfant. 0n appelle Y la variable aléatoire qui donne le nombre de ces familles ayant eu une fille en premier enfant.
On a alors :

a. $P(Y=2)=10$ **b.** $P(Y=2)\approx 0{,}32$ **c.** $P(Y=2)=0{,}98$ **d.** $P(Y=2)\approx 0{,}16$

Annexe de l’exercice 1 à rendre avec la copie